Nome: .... **RA:** ....

1	
2	
3	
4	
5	
6	

1ª Questão: Sejam as desigualdades matriciais

$$(a) \begin{bmatrix} -\beta P + A'A & W + A'B \\ W + B'A & -\beta Y + B'B \end{bmatrix} < 0, \quad (b) \begin{bmatrix} -\beta P + A'W^{-1}A & A'W^{-1}B \\ B'W^{-1}A & -\beta Y + B'W^{-1}B \end{bmatrix} < 0$$

com $P' = P > 0$, $Y = Y' > 0$, $W = W' > 0$ e $\beta > 0$ (escalar) variáveis do problema e A e B matrizes dadas. Se possível, linearize a desigualdade matricial nos casos (a) e (b). Caso o procedimento de linearização envolva mudanças de variáveis, a recuperação das variáveis originais deve necessariamente ser apresentada. A garantia de eventuais inversões de variáveis deve ser discutida.

2ª Questão: Seja a seguinte desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} B + B' - G - G' & AB & A + FG \\ \star & G + G' - L - L' & F + JL \\ \star & \star & G + G' - X \end{bmatrix} > 0$$

sendo $X' = X > 0$, A, B, F, G, J e L variáveis do problema. Com relação à linearização dessa dessa desigualdade, o que é possível afirmar:

(a) É possível linearizar.

(b) Não é possível linearizar.

(c) É possível linearizar com hipóteses (restrições) adicionais, tornando a solução conservadora.

Caso a resposta escolhida seja (a) ou (c), o procedimento de linearização deve ser apresentado, e caso o mesmo envolva mudanças de variáveis, a recuperação das variáveis originais deve necessariamente ser apresentada. A garantia de eventuais inversões de variáveis também deve ser discutida.

3ª Questão: Seja o sistema linear

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}, \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Forneça condições LMIs para a determinação de um ganho estabilizante L por realimentação estática de saída ($u = Ly$).

(b) Forneça condições LMIs para a determinação de um ganho estabilizante L por realimentação de estados ($u = Kx$) descentralizada na forma $K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & k_2 \end{bmatrix}$.

(c) Indique possíveis maneiras de reduzir o conservadorismo da condição proposta em (a).

(d) (Bônus) Apresente condições menos conservadoras do que as apresentadas em (a).

4ª Questão: Seja o sistema linear a tempo contínuo

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_2 u + B_1 w \\ y &= Cx + D_2 u \end{aligned}$$

e a lei de controle por realimentação de estados $u = Kx$. Apresente condições LMIs para a determinação do ganho K que minimiza um limitante para a norma $\mathcal{H}_2$ utilizando o gramiano de observabilidade:

$$\| H \|_2 < \mu \Leftrightarrow A'P + PA + C'C < 0, \quad X > B_1'PB_1, \quad \mu^2 > \mathrm{Tr}(X)$$

5ª Questão: Considere uma matriz incerta $A(\theta)$, associada ao sistema linear contínuo no tempo $\dot{x} = A(\theta)x$, dada por

$$A(\theta) = A_1 + \theta^2 A_2, \qquad -1 \leq \theta \leq 1$$

(a) Apresente condições LMIs para testar a estabilidade do sistema.

(b) Indique possibilidades de reduzir o conservadorismo da condição proposta em (a).

(c) (Bônus) Apresente uma condição menos conservadora do que a fornecida em (a).

6ª Questão: Seja o problema de filtragem de ordem completa ($n = n_c$) de um sistema a tempo contínuo, cuja dinâmica da conexão entre o sistema linear e o filtro pode se expressa na forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x_f} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ B_f C_2 & A_f \end{bmatrix}}_{\hat{A}} \begin{bmatrix} x \\ x_f \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 \\ B_f D_{21} \end{bmatrix}}_{\hat{B}} w$$

$$e = \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 - D_f C_2 & -C_f \end{bmatrix}}_{\hat{C}} \begin{bmatrix} x \\ x_f \end{bmatrix}$$

em que A_f, B_f e C_f são as variáveis do filtro a serem determinadas. Apresente condições LMIs (conservadoras ou não) para a determinação das matrizes do filtro que minimiza um limitante para a norma $\mathcal{H}_2$ utilizando o gramiano de observabilidade:

$$\| H \|_2 < \mu \Leftrightarrow \hat{A}'P + P\hat{A} + \hat{C}'\hat{C} < 0, \quad X > \hat{B}'P\hat{B}, \quad \mu^2 > \mathrm{Tr}(X)$$