Nome: .... **RA:** ....

1	
2	
3	
4	
5	

1ª Questão: Seja a seguinte desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} A'X + XA + X^{-1} & 0 & HB + XY \\ \star & Y + Y' & HX^2 + ZAY^2 \\ \star & \star & X - B - B' \end{bmatrix} < 0$$

sendo $X' = X > 0$, B, Z, $Y = Y'$, H variáveis do problema e A uma matriz dada.

(a) Se possível, linearize a desigualdade matricial. Caso o procedimento de linearização envolva mudanças de variáveis, a recuperação das variáveis originais deve necessariamente ser apresentada. A garantia de eventuais inversões de variáveis deve ser discutida.

(b) Troque o bloco (2,2) da desigualdade original por $B'Y + YB$ e o bloco (3,3) por $X - Y$ e considere $Y = Y'$. Repita o item (a) com a nova desigualdade.

(c) Troque o bloco (1,1) da desigualdade original por $A'XA - X + X^{-1}$. Repita o item (a) com a nova desigualdade.

2ª Questão: Seja a desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} P - B'W^{-1}B & H \\ H' & P^{-1} \end{bmatrix} > 0$$

sendo $P = P'$, $W = W'$ e H variáveis do problema e B uma matriz dada. Linearize a desigualdade.

3ª Questão: Considere a seguinte desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} P - (C + DK)'(C + DK) & (A + BK)'P \\ \star & P \end{bmatrix} > 0$$

sendo P e K variáveis e A, B, C e D matrizes dadas. Usando transformações de congruência, complemento de Schur e mudança de variáveis, apresente uma desigualdade equivalente em termos de LMIs para computar o ganho K.

4ª Questão: Considere uma matriz incerta $A(\theta)$, representando um sistema linear contínuo no tempo, dada por

$$A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2, \qquad |\theta_i| \leq 1$$

(a) Adotando as seguintes mudanças de variáveis $\alpha_1 = (\theta_1 + 1)/2$, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, $\beta_1 = (\theta_2 + 1)/2$, $\beta_2 = 1 - \beta_1$, $\alpha \in \Lambda_2$, $\beta \in \Lambda_2$, apresente a nova matriz do sistema $A(\alpha, \beta)$.

(b) Apresente a versão homogeneizada de $A(\alpha, \beta)$.

(c) Adotando $P(\alpha, \beta) = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$ como matriz de Lyapunov, apresente o conjunto (finito) de LMIs que testam a existência dessa matriz de Lyapunov, certificando a estabilidade do sistema.

(d) Aponte uma maneira de reduzir o conservadorismo do teste proposto em (c).

5$^{\underline{a}}$ Questão: Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(a) Se as matrizes estiverem associadas a um sistema linear precisamente conhecido a tempo contínuo $\dot{x} = Ax + Bw,\ y = Cx$, e sabendo que a norma $\mathcal{H}_2$ do sistema é finita, o que pode ser afirmado sobre o valor de β?

(b) Se as matrizes estiverem associadas a um sistema linear precisamente conhecido a tempo discreto $x(k+1) = Ax(k) + Bw,\ y = Cx(k)$, e sabendo que a norma $\mathcal{H}_2$ do sistema é finita, o que pode ser afirmado sobre o valor de β?