Nome: .... **RA:** ....

Regras:

- O tempo de prova em sala é de 2 horas.
- A prova também poderá ser resolvida em casa, devendo ser entregue por email ou nas salas dos professores (nesse caso é necessário mandar um email confirmando a entrega) até as 20:00.
- O valor final de cada questão será max(1.2Q_s,0.7Q_c), sendo Q_s (Q_c) o valor da questão feita em sala (casa).
- Todas as questões têm o mesmo peso (20 pontos cada).
- A nota final será saturada no valor de 100.
- A resolução da prova em casa é individual, sendo permitido apenas a consulta a materiais didáticos, livros e notas de aula.

1	
2	
3	
4	
5	

1ª Questão: Seja a seguinte desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} AX + XA' & 0 & HB + XY \\ \star & Y + Y' & HX + ZAY \\ \star & \star & X - B - B' \end{bmatrix} < 0$$

sendo $X' = X > 0$, B, Z, Y H variáveis do problema e A uma matriz dada.

(a) Se possível, linearize a desigualdade matricial. Caso o procedimento de linearização envolva mudanças de variáveis, a recuperação das variáveis originais deve necessariamente ser apresentada. A garantia de eventuais inversões de variáveis deve ser discutida.

(b) Troque o bloco (1,1) da desigualdade original por $A'XA - X$. Repita o item (a) com a nova desigualdade.

2ª Questão: Seja a desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} P & H \\ H' & P^{-1} \end{bmatrix} > 0$$

sendo $P = P'$ e H variáveis do problema. Linearize a desigualdade. Dica: use a relação $(G - P)'P^{-1}(G - P) \geq 0$.

3ª Questão: Considere a seguinte desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} P & (A + BK)'P \\ \star & P \end{bmatrix} > 0$$

sendo P e K variáveis e A e B matrizes dadas. Usando apenas transformações de congruência e mudança de variáveis, apresente uma desigualdade equivalente em termos de LMIs para computar o ganho K.

4ª Questão: Considere uma matriz incerta $A(\alpha)$, representando um sistema discreto no tempo, dada por

$$A(\alpha) = \alpha_1^2 A_1 + \alpha_1\alpha_2 A_{11} + \alpha_2^2 A_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$$

(a) Obtenha condições na forma de LMIs que, se satisfeitas, garantam que $A(\alpha)$ é (Schur) estável.

(b) Usando a estratégia baseada no teorema de Pólya, obtenha condições LMIs menos conservadoras do que as do item (a).

5ª Questão: Considere o sistema discreto dado por

$$x(k+1) = A_0 x(k) + A_1 x(k-1) + A_2 x(k-2)$$

Formule uma condição na forma de LMI que garanta a estabilidade do sistema. Dica: defina um sistema com vetor de estados aumentado.