

## Lista 9 — Filtros

**9.1** Seja o gramiano de controlabilidade com variáveis de folga para sistemas a tempo discreto

$$\begin{bmatrix} G + G' - P & G\bar{A} & G\bar{B} \\ \star & P & 0 \\ \star & \star & I \end{bmatrix} > 0$$

com

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_f C_2 & A_f \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_f D_{21} \end{bmatrix}$$

As matrizes  $A$ ,  $B_1$ ,  $C_2$  e  $D_{21}$  são conhecidas e  $P = P' > 0$ ,  $A_f$ ,  $B_f$  e  $G$  são variáveis de otimização. Utilizando mudanças de variáveis e restrições de estrutura, forneça uma condição LMI suficiente computar  $A_f$  e  $B_f$  considerando que  $A_f$  tem a mesma dimensão de  $A$ .

**9.2** Programe as condições para síntese de filtro baseadas em estabilidade quadrática, casos contínuo e discreto, critérios  $\mathcal{H}_2$  (primal e dual) e  $\mathcal{H}_\infty$ , para sistemas com incerteza politópica. Teste com exemplos da literatura.

**9.3** Desenvolva a extensão do Lema 8 para tratar sistemas incertos politópicos, programar e teste com exemplos da literatura.

**9.4** Baseado na transformação de variáveis utilizada na estabilidade quadrática, porém com partições e escolhas apropriadas nas matrizes  $K$ ,  $E$ ,  $Q$ , desenvolva condições LMI para a síntese de filtros robustos com custo garantido a partir das condições que utilizam as variáveis extras (Finsler), para os casos contínuo e discreto, critérios  $\mathcal{H}_2$  e  $\mathcal{H}_\infty$ .

**9.5** Repita (para os casos possíveis) o desenvolvimento feito no Lema 8 para tratar os demais casos, fazendo  $Q = 0$ . Analise também extensões para os casos alternativos de Finsler (com variáveis  $X$ ).

**9.6** Investigue a possibilidade de impor uma estrutura para a matriz  $Q$  e incluí-la no procedimento.

**9.7** Programe as condições obtidas e teste com exemplos da literatura. Algumas referências nas quais podem ser encontrados exemplos e condições LMI são dadas abaixo.

## Referências

- [BdT05] K. A. Barbosa, C. E. de Souza, and A. Trofino. Robust  $\mathcal{H}_2$  filtering for uncertain linear systems: LMI based methods with parametric Lyapunov functions. *Systems & Control Letters*, 54(3):251–262, March 2005.
- [GBGd00] J. C. Geromel, J. Bernussou, G. Garcia, and M. C. de Oliveira.  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  robust filtering for discrete-time linear systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 38(5):1353–1368, May 2000.
- [Gd01] J. C. Geromel and M. C. de Oliveira.  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  robust filtering for convex bounded uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(1):100–107, January 2001.
- [GdB02] J. C. Geromel, M. C. de Oliveira, and J. Bernussou. Robust filtering of discrete-time linear systems with parameter dependent Lyapunov functions. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 41(3):700–711, 2002.

- [Ger99] J. C. Geromel. Optimal linear filtering under parameter uncertainty. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(1):168–175, January 1999.
- [GMC08] H. Gao, X. Meng, and T. Chen. A new design of robust  $H_2$  filters for uncertain systems. *Systems & Control Letters*, 57(7):585–593, July 2008.
- [LOP11] M. J. Lacerda, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres. Robust  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  filter design for uncertain linear systems via LMIs and polynomial matrices. *Signal Processing*, 91(5):1115–1122, May 2011.
- [XLZZ04] L. Xie, L. Lu, D. Zhang, and H. Zhang. Improved robust  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  filtering for uncertain discrete-time systems. *Automatica*, 40(5):873–880, May 2004.