Nome: .... **RA:** ....

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

1ª Questão: a) Determine os pontos de equilíbrio do sistema

$$\dot{v}_1 = 2v_1v_2 - v_1 - v_2 \quad , \quad \dot{v}_2 = v_1(1 - v_1v_2)$$

b) Determine os modelos linearizados em torno dos pontos de equilíbrio encontrados e caracterize a estabilidade (instável, marginalmente estável ou assintoticamente estável).

Solução:

$$(0,0) \quad , \quad (1,1) \quad , \quad \dot{v} = \begin{bmatrix} 2v_2 - 1 & 2v_1 - 1 \\ 1 - 2v_1v_2 & -v_1^2 \end{bmatrix}$$

$$(0,0) \ , \ \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \ , \ \lambda_{1,2} = -0.5 \pm j\sqrt{3}/2 \ , \text{assintoticamente estável}$$

$$(1,1) \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \ , \ \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \ , \ \text{instável}$$

2ª Questão: Sabendo que, para sistemas controláveis, existe $\beta \in \mathbb{R}^n$ tal que a entrada $x(t) = b' \exp(-At)\beta u(t)$, $t \in [0, \tau]$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, leva o sistema de $v(0) = 0$ para $v(\tau)$ arbitrário no tempo τ, determine $x(t)$ que leve de $v(0) = 0$ a $v(\tau) = 6$ em $\tau = 2$ segundos para $\dot{v} = -2v + 3x$.

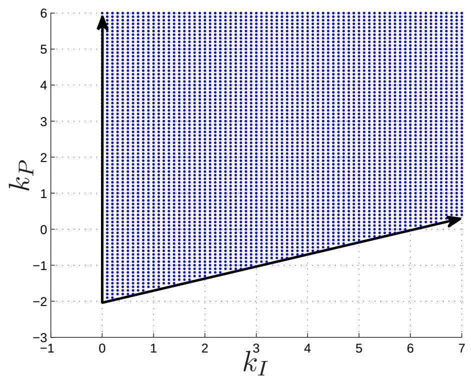
Solução:

$$x(t) = \frac{8}{\exp(4) - \exp(-4)} \exp(2t)u(t)$$

3ª Questão: (a) Determine os valores de k para que o polinômio $s^4 + ks^3 + s^2 + s + 1$ seja Hurwitz. (b) Determine os valores de k_P e k_I para que o polinômio $s^3 + 3s^2 + (2 + k_P)s + k_I$ seja Hurwitz e ilustre graficamente a região factível.

Solução:

$$(a) \text{ não existe valor de } k \text{ que torne o polinômio Hurwitz,} \quad (b)\ k_I > 0,\ k_P > \frac{k_I}{3} - 2$$



4ª Questão: Considere o sistema dado por

$$\dot{v} = Av + Bx \quad , \quad A = \begin{bmatrix} -11 & -7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Determine um ganho de realimentação de estados que aloque os autovalores de $A - bk$ em -2 e -3

Solução: Para

$$\xi = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow K = \frac{1}{15}\begin{bmatrix} -61 & -41 \\ -61 & -41 \end{bmatrix}$$

5ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & \beta \end{bmatrix} v$$

a) Determine os valores de γ para os quais o sistema é controlável b) Determine os valores de β para os quais o sistema é observável

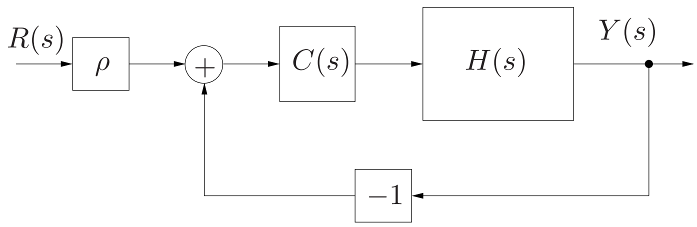
Solução:

$$\gamma \neq -3, \gamma \neq 5, \beta \neq 3, \beta \neq -5$$

6ª Questão: Considere o sistema linear descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{s + 1/5}{s^2 + 8s + 3}$$

e o esquema de realimentação unitária mostrado na figura



a) Se possível, obtenha $C(s) = b_0/a_0$ alocando os polos do sistema em malha fechada em -1 e -2.
b) Se possível, obtenha $C(s)$ próprio de ordem 1, alocando os polos do sistema em malha fechada em -1, -2 e -3.

Solução:

$$(a)\ C(s) = -5, \quad (b)\ C(s) = \frac{-5s - 15}{s + 3}$$

7ª Questão: Considere o sistema não-linear

$$\dot{v} = -2v^5$$

Restringindo-se à classe de funções polinomiais, proponha uma função de Lyapunov que prova que o ponto de equilíbrio $v = 0$ é assintoticamente estavel.

Solução:

$$\Psi(v) = v^2, \Rightarrow \Psi(0) = 0, \Psi(v) > 0, \forall v \neq 0,$$
$$\dot{\Psi}(v) = 2v\dot{v} = -4v^6 < 0\ \forall v \neq 0$$

8ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} v$$

a) Determine uma transformação $\bar{v} = Pv$ que leve a uma representação equivalente evidenciando os modos não controláveis. Escreva também o sistema transformado. b) Obtenha a função de transferência do sistema equivalente

Solução:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \ , \ P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \ , \ \bar{A} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \ , \ \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ , \ \bar{c} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} , \qquad H(s) = \frac{3}{s+3}$$