Nome: .... **RA:** ....

1ª Questão: a) Determine os pontos de equilíbrio para $x = 1$ do sistema não linear

$$\dot{v}_1 = v_1(6 - v_1 v_2) - x^2 + 1$$
$$\dot{v}_2 = v_1 v_2^2 + v_1^2 v_2 - 10 v_1 v_2 + 9 v_1 + 4 v_2 + 5x - 5$$

b) Determine o sistema linearizado nos pontos de equilíbrio
Solução:

$$(0,0), \quad (2,3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 - 2v_1 v_2 & -v_1^2 \\ v_2^2 + 2v_1 v_2 - 10 v_2 + 9 & 2v_1 v_2 + v_1^2 - 10 v_1 + 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2x \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad (0,0): \ A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad , \quad (2,3): \ A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

2ª Questão: Determine a solução $y(t)$, $t \geq 0$, do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -5 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} t$$
$$y = \begin{bmatrix} 6 & 0 \end{bmatrix} v + 2t, \quad v(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$H(s) = \frac{6s}{s^2 + 5s + 6} + 2 = \frac{2s^2 + 16s + 12}{(s+2)(s+3)} \ , \quad X(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$Y(s) = \frac{2s^2 + 16s + 12}{s^2(s+2)(s+3)} = \Big(\frac{2}{s^2} + \frac{1}{s} + \frac{2}{s+3} - \frac{3}{s+2}\Big) \ , \ y(t) = \big(-3\exp(-2t) + 1 + 2\exp(-3t) + 2t\big)u(t)$$

3ª Questão: (a) Determine a equação diferencial (usando o operador p) do sistema

$$\dot{v} = Av + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} v + 5x$$

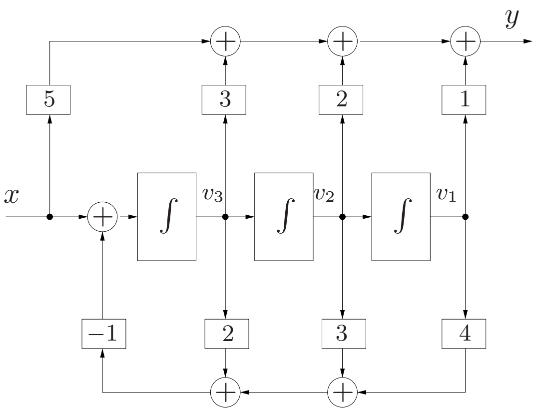
sendo

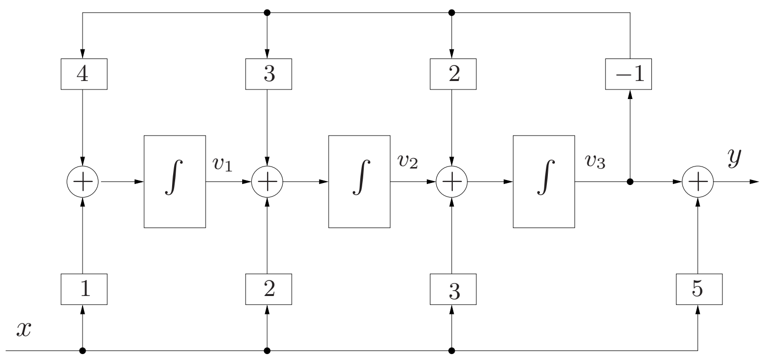
$$(p^3 + 2p^2 + 3p + 4)(p\mathrm{I} - A)^{-1} = \begin{bmatrix} p^2 + 2p + 3 & p + 2 & 1 \\ -4 & p(p+2) & p \\ -4p & -3p - 4 & p^2 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$(a) \quad D(p) = (p^3 + 2p^2 + 3p + 4) \ , \ N(p) = 5p^3 + 13p^2 + 17p + 21$$

(b) Complete os desenhos abaixo para que ambos representem o sistema.





4ª Questão: Seja $w(t) = x(t) * y(t)$. Determine $w(t)$ sabendo que as transformadas de Fourier de $x(t)$ e $y(t)$ são ilustradas graficamente na Figura 1.

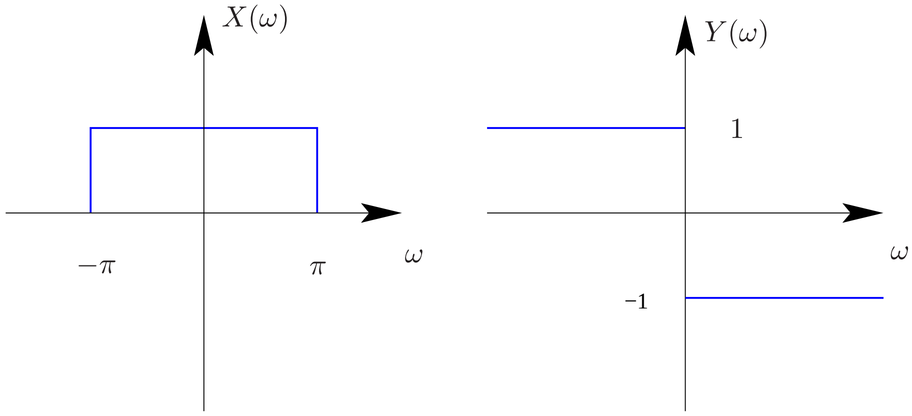
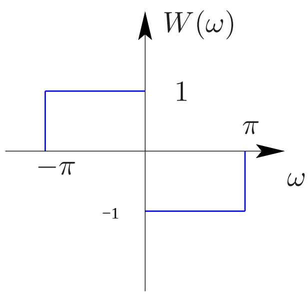


Figura 1: Gráficos de $X(\omega)$ e $Y(\omega)$

Solução:



$$W(\omega) = X(\omega)Y(\omega) = G_\pi(\omega + \pi/2) - G_\pi(\omega - \pi/2) \Rightarrow w(t) = \frac{1}{2}\text{Sa}(\pi t/2)e^{-jt\pi/2} - \frac{1}{2}\text{Sa}(\pi t/2)e^{j\pi t/2}$$

5ª Questão: Determine a transformada inversa de

$$X(s) = \frac{3s^2 + 13s + 11}{(s+2)^2(s+1)}, \quad -2 < \text{Re}(s) < -1$$

Solução:

$$x(t) = (2\exp(-2t) + 3t\exp(-2t))u(t) - \exp(-t)u(-t)$$

6ª Questão: Determine a entrada $x(t)$ da equação diferencial $(p^2+4p+8)y = x$, com as condições iniciais $y(0) = \dot{y}(0) = 0$, que produz como solução

$$y(t) = -0.5\exp(-2t)\cos(2t) - 1.5\exp(-2t)\mathrm{sen}(2t) + 0.5\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)$$

Solução:

$$x(t) = 10\cos(2t)$$

7ª Questão: Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é 0.5 rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\pi)p(t-k\pi)$$

sendo $p(t) = x(t)y(t)$, com $x(t)$ e $y(t)$ ilustrados na Figura 2.

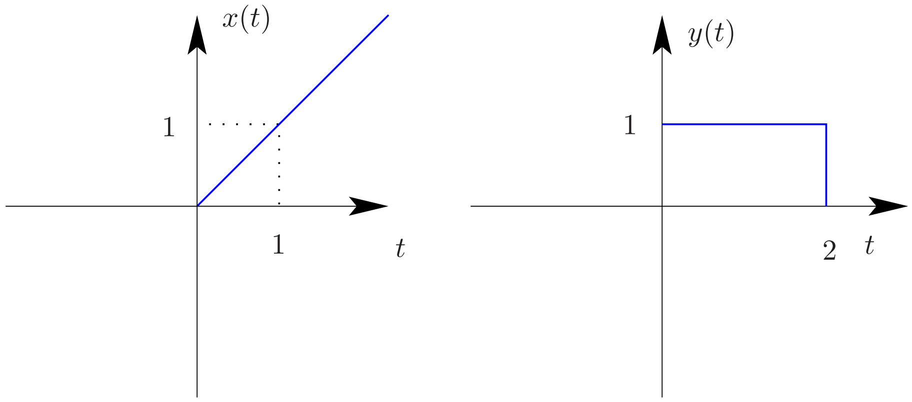
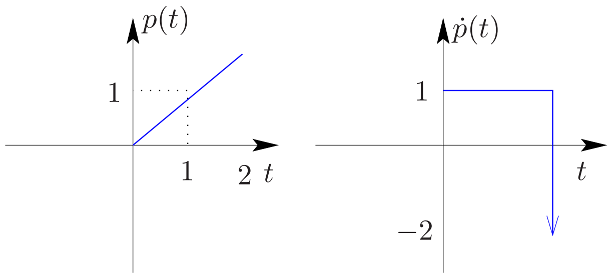


Figura 2: Gráficos de $x(t)$ e $y(t)$

Solução:



$$\dot{p}(t) = G_2(t-1) - 2\delta(t-2), \ \mathcal{F}(\dot{p}(t)) = \left(2\mathrm{Sa}(\omega)e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega}\right), \ \Rightarrow$$

$$P(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(2\mathrm{Sa}(\omega)e^{-j\omega} - 2e^{-2j\omega}\right) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{1-e^{-2j\omega}}{j\omega} - 2e^{-2j\omega}\right)$$

$$T = \pi, \ H(j\omega) = \frac{\pi G_2(\omega)}{P(\omega)}$$

8ª Questão: Compute sen(A) (como função de matriz) com

$$A = \begin{bmatrix} \pi & \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} & \pi \end{bmatrix}$$

Solução:

$$\operatorname{sen}(A) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$