

Lista – Pontos Interiores

Última atualização: 10 de junho de 2019

PI.1 Considere o problema de otimização linear

$$\begin{array}{ll} \min & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (a) Formule o Big-M para encontrar uma solução inicial factível para o Primal Afim Escala (PAE).
- (b) Execute um passo do PAE na formulação obtida em (a) utilizando $\alpha = \frac{9}{10}$ e $M = 100$.
- (c) Usando como solução inicial $x^0 = (0.5, 0.5)^T$ e $\alpha = \frac{99}{100}$, execute manualmente dois passos do PAE.
- (d) O que ocorreria nos casos extremos $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$?
- (e) No cálculo do tamanho do passo α_k , explique por que apenas as componentes $(d_y^k)_i$ negativas são consideradas?
- (f) Determine o ótimo computacionalmente, verificando se os resultados obtidos em (b) e (c) estão corretos.

PI.2 Considere o problema anterior.

- (a) Formule o problema dual.
- (b) Formule o Big-M para o DAE, evidenciando as condições iniciais w^0 , w_a^0 e s^0 para $\theta = 2$.
- (c) Execute manualmente um passo do DAE para a formulação obtida em (b) utilizando $\alpha = \frac{9}{10}$.
- (d) Execute manualmente dois passos do DAE adotando $w_1^0 = 0$ e $\alpha = \frac{99}{100}$.
- (e) Determine o ótimo computacionalmente, verificando se os resultados obtidos em (b) e (c) estão corretos.

PI.3 Considere ainda o exercício **PI.1**.

- (a) Encontre uma solução inicial para o algoritmo PDAE.
- (b) Explique por que o método PDAE não necessita de um ponto inicial factível.
- (c) Adotando $\alpha = \sigma_\mu = \frac{9}{10}$, execute manualmente um passo do PDAE.

PI.4 Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{ll} \min & -x_1 + 1 \\ \text{s.a} & x_3 - x_4 = 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

- (a) Desenhe a região factível.
- (b) Note que $x = (0, 0, 0.5, 0.5)$ é um vértice. Use o método Simplex para determinar uma direção de melhoria e esboce-a no desenho (vai ter a direção de uma das arestas incidentes neste vértice).
- (c) Encontre uma direção de melhoria usando o algoritmo PAE partindo do ponto (interior factível) $x = (0.01, 0.01, 0.49, 0.49)$. Também esboce a direção no desenho.
- (d) Encontre uma direção de melhoria usando o algoritmo PAE com barreira logarítmica (usando $\mu = 1$) partindo do ponto (interior factível) $x = (0.01, 0.01, 0.49, 0.49)$. Também esboce a direção no desenho.
- (e) Alguma observação pode ser feita?

PI.5 Considere o exercício anterior.

- (a) Formule o problema dual e desenhe o gráfico da região dual factível.
- (b) Mostre que o ponto $(1, -2)$ é uma solução interior factível para o problema dual
- (c) Aplicando o algoritmo DAE, encontre a direção de movimento a partir do ponto dado em (b) e acrescente no desenho.
- (d) A direção encontrada em (c) aponta para a solução ótima dual?

PI.6 Mostre que a matriz de projeção ortogonal utilizada no algoritmo PAE é idempotente, isto é, $PP = P$.

Referências