

## Lista – Formulação

Última atualização: 25 de março de 2023

**FML.1** Uma fábrica produz 3 tipos de chapas metálicas, A–B–C, que são prensadas e esmaltadas. A prensa dispõe de 2000 minutos mensais e cada chapa, A ou B, leva 1 minuto para ser prensada, enquanto a chapa C leva 2 minutos. A esmaltagem nesta última leva apenas 1 minuto, enquanto as chapas A e B exigem 3 e 4,5 minutos respectivamente. A disponibilidade da esmaltagem é de 8000 minutos mensais. A demanda absorve toda a produção e o lucro por chapa é de 5, 7 e 8 unidades monetárias, respectivamente para as chapas A, B e C. Formular um modelo de PL para a produção das chapas.

**FML.2** O setor de transporte de cargas da VASP operando em São Paulo dispõe de 8 aviões B-727, 15 aviões ELECTRA e 12 aviões BANDEIRANTE para vôos amanhã. Há cargas para remeter amanhã para o Rio de Janeiro (150 ton) e Porto Alegre (100 ton). Os custos operacionais de cada avião e suas capacidades são:

	B-727	Electra	Bandeirante
SP → Rio	23	5	1,4
SP → Porto Alegre	58	10	3,8
Tonelagem	45	7	4

Quanto e quais aviões devem ser mandados para o Rio e Porto Alegre para satisfazer a demanda e minimizar os custos? Formule o PL e deixe-o na forma padrão.

**FML.3** Uma corporação tem \$30 disponíveis para investimento em 3 subsidiárias. Para manter a folha de pagamento deve-se ter um mínimo de investimento em cada subsidiária: \$3, \$5 e \$8, respectivamente. A subsidiária II não pode absorver um investimento maior que \$17. Cada subsidiária pode executar vários projetos, cada um caracterizado por um teto máximo e uma taxa de retorno, dados na tabela apresentada a seguir. Apresente a formulação matemática do problema.

Subsidiária	Projeto	Teto Máximo	Taxa de Retorno
I	1	\$6	8%
	2	\$5	6%
	3	\$9	7%
II	4	\$7	5%
	5	\$10	8%
	6	\$4	9%
III	7	\$6	10%
	8	\$3	6%

**FML.4** A VARIG precisa decidir a quantidade de querosene para combustível de seus jatos que adquire de 3 companhias vendedoras. Seus jatos são regularmente abastecidos nos aeroportos de Congonhas, Viracopos, Galeão e Pampulha. As companhias vendedoras poderão fornecer no próximo mês as seguintes quantidades de combustível:

Companhia	Galões
1	250000
2	500000
3	600000

As necessidades da Varig nos diferentes aeroportos são:

Aeroporto	Demanda
Congonhas	100000
Viracopos	200000
Galeão	300000
Pampulha	400000

O custo por galão, incluindo o preço do transporte, de cada vendedor para cada aeroporto é:

	Cia. 1	Cia. 2	Cia. 3
Congonhas	12	9	10
Viracopos	10	11	14
Galeão	8	11	13
Pampulha	11	13	9

Formule este problema como um modelo de programação linear.

**FML.5** Uma refinaria capaz de processar 100000 barris por dia de petróleo em gás, gasolina, óleo diesel, querosene e resíduo, precisa determinar seu programa de produção. Todos os produtos podem ser vendidos diretamente, exceto o resíduo que precisa ser combinado com querosene para produzir óleo pesado (10% querosene e 90% resíduo) ou óleo leve (20% querosene e 80% resíduo). A refinaria precisa satisfazer um mínimo de contratos de venda e um máximo de produção estabelecido pelo governo, conforme mostra a tabela a seguir.

Produto	Preço de venda/barril	Produção máxima milhares de barris/dia	Produção mínima milhares de barris/dia
Gás	2,10	10	5
Gasolina	3,50	20	13
Querosene	3,30	20	15
Óleo Diesel	3,10	25	10
Óleo Pesado	2,50	20	10
Óleo Leve	2,80	20	12

A refinaria pode comprar petróleo de 3 diferentes países, cujas disponibilidades diárias estão indicadas na tabela a seguir.

Origem	Custo/barril	Porcentagem dos componentes					Máx. disponível barris/dia
		Gás	Gasolina	Querosene	Diesel	Resíduo	
Kwait	2	10	10	10	10	60	70000
Arábia S.	2,5	10	15	15	15	45	100000
Líbia	3	10	20	20	20	30	50000

Sabe-se ainda que ela se comprometeu a comprar pelo menos 10000 barris por dia da Arábia Saudita. Formule o modelo de PL.

**FML.6** Duas ligas metálicas A e B são feitas de quatro metais distintos I, II, III e IV, de acordo com a seguinte especificação

Liga	Especificação	Preço de venda
A	no máximo 80% de I	200
	no máximo 30% de II	
	no mínimo 50% de IV	
B	entre 40% e 60% de II	300
	no mínimo 30% de III	
	no máximo 70% de IV	

Os quatro metais são extraídos de três minérios diferentes, cujas percentagens em peso, quantidades máxima dos minérios e custos por tonelada são tabelados a seguir.

Minério	Quant. máxima (ton)	Componentes %(I,II,III,IV,outros)	Preço de compra R\$/ton
1	1000	(20,10,30,30,10)	30
2	2000	(10 20 30 30 10)	40
3	3000	(5 5 70 20 0)	50

Formular o PL escolhendo a função objetivo apropriada que fará melhor uso das informações dadas.

**FML.7** Um fabricante de rações quer determinar a fórmula mais econômica de uma certa ração. A composição nutritiva dos ingredientes disponíveis no mercado e os seus custos são os seguintes

Nutrientes	Soja	Milho	Cana
Cálcio	0,2%	1%	3%
Proteína	50%	9%	0%
Carboidratos	0,8%	2%	2%
Custo/Kg	15	20	8

O fabricante deve entregar 1000 Kg de ração por dia e garantir que as seguintes composições sejam garantidas

Nutriente	mínimo	máximo
Cálcio	0,8%	1,2%
Proteína	22%	–
Carboidrato	–	20%

Formule o PL.

**FML.8** Uma indústria precisa produzir um certo produto em quantidade suficiente para atender contratos de venda no próximos quatro meses. Os recursos que entram na composição deste produto limitam em quantidades diferentes a produção nos meses referidos. O custo da unidade produzida também varia nesses meses. Sabe-se ainda que, a produção de um mês pode ser vendida nos meses subsequentes, porém, sujeita a um custo de estocagem. Presentemente não há produto em estoque e ao fim do 4º mês deseja-se que também não haja. Considerando a tabela de dados mostrada a seguir,

formule o PL que permite achar o programa de produção dos 4 meses capaz de minimizar o custo total da indústria.

Mês	Vendas contratadas	Produção máxima	Custo por unid. produzida	Custo por unid. estocada por mês
1	40	50	18	3
2	30	20	17	2
3	10	30	23	3
4	35	35	27	4

**FML.9** Um indivíduo é forçado a fazer uma dieta alimentar que forneça diariamente as seguintes quantidades de vitaminas A, B, C e D

Vitamina	Quantidade mínima (mg)
A	80
B	70
C	100
D	60

A dieta deverá incluir: leite arroz, feijão e carne que contêm as seguintes miligramas de vitaminas em cada uma de suas unidades de medida:

Vitamina	Leite (Kg)	Arroz (kg)	Feijão (kg)	Carne (kg)
A	10	5	9	10
B	8	7	6	6
C	15	3	4	7
D	20	2	3	9

Os custos unitários destes alimentos são os seguintes Leite – 1200, Arroz – 1000, Feijão – 2500, Carne – 8000. Formular o modelo de programação linear correspondente.

**FML.10** Uma empresa gaúcha possui 2 fábricas de vinho com capacidade de produzir 80000 e 65000 garrafas/mês e atende a quatro distribuidores que demandam 75000, 20000, 30000 e 20000 garrafas/mês, respectivamente. O custo unitário de transporte é dado na tabela seguinte:

Distribuidores	custo (R\$)			
	1	2	3	4
Fábrica 1	50	10	70	30
Fábrica 2	60	40	60	20

Sabe-se que a demanda do distribuidor 4 deve ser atendida e que há penalidades por garrafa de vinho não entregue de R\$ 50, R\$ 30, e R\$ 20 nos distribuidores 1, 2 e 3, respectivamente. Formule o modelo de Programação Linear.

**FML.11** Três cidades descarregam seus esgotos no mesmo rio, tendo cada uma delas estação de tratamento de esgoto. Cada estação tem uma eficiência máxima de tratamento que não pode exceder 95%. O custo de tratamento é diretamente proporcional à eficiência.

Restrições ambientais estipulam um nível mínimo de qualidade da água no rio. Problema: determinar a eficiência de tratamento de cada estação que minimiza os custos e mantém uma qualidade padrão para água do rio.

A medida padrão da quantidade de poluentes no rio é o DOB – demanda de oxigênio bioquímico. Quanto maior o DOB pior a qualidade. Assim, o tratamento consiste em diminuir o DOB da água de esgoto (DOB é o peso do oxigênio necessário para estabilizar os constituintes do esgoto).

O pedaço de rio entre as duas plantas sucessivas é chamado ramo. Atividades bioquímicas agem para reduzir o DOB rio abaixo, ao final de um ramo, quando comparado ao seu início. De forma simplificada, esta atividade depende do fluxo da água no rio e do comprimento do ramo. Suponha que o fluxo de água entre dois ramos é constante e que a descarga de poluentes (DOB) de uma cidade em uma estação é também constante. Seja

$x_j$  = eficiência de tratamento na planta  $j$  – variável do problema.

$a_j$  = taxa de descarga de DOB da cidade  $j$  em kilos/dia.

$b_j$  = taxa de descarga de DOB da planta  $j$  no rio em kilos/dia.

$r_{jk}$  = fração de DOB removida no ramo entre a cidade  $j$  e cidade  $k$  devido às atividades bioquímicas do rio.

$B_j$  = máximo DOB permitido descarregado no próximo ramo em DOB/litro.

$Q_j$  = fluxo do rio no ramo em litros/dia.

$C_j$  = custo do DOB removido na planta  $j$ .

Proponha o modelo de PL que resolva o problema.

**FML.12** [Tah08, 2.2A-5] Uma empresa fabrica dois produtos, A e B. O volume de vendas de A é de no mínimo 80% do total de vendas de ambos (A e B). Contudo, a empresa não pode vender mais do que 100 unidades de A por dia. Ambos os produtos usam uma matéria-prima cuja disponibilidade máxima diária é 240 Kg. As taxas de utilização de matéria-prima são 2 Kg por unidade de A e 4 Kg por unidade de B. Os lucros unitários para A e B são \$ 20 e \$ 50, respectivamente. Determine a proporção ótima (maior lucro) de fabricação dos produtos.

**FML.13** [Tah08, 2.2A-7] Um indivíduo quer investir \$ 5000 no próximo ano em dois tipos de investimento: o investimento A rende 5% e o investimento B rende 8%. Pesquisas de mercado recomendam uma alocação de no mínimo 25% em A e no máximo 50% em B. Além do mais, o investimento em A deve ser no mínimo metade do investimento em B. Como o fundo deveria ser alocado aos dois investimentos?

**FML.14** [Tah08, 2.2A-9] Um laboratório usa as matérias-primas I e II para produzir dois produtos líquidos para limpeza doméstica, A e B. As disponibilidades diárias das matérias-primas I e II são de 150 e 145 unidades, respectivamente. Uma unidade do produto A consome 0,5 unidade de matéria-prima I e 0,6 unidade de matéria-prima II, e uma unidade do produto B usa 0,5 unidade de matéria-prima I, e 0,4 unidade da matéria-prima II. Os lucros por unidade dos produtos A e B são \$ 8 e \$ 10, respectivamente. A demanda diária do produto A varia entre 30 e 150 unidades e a do produto B, entre 40 e 200 unidades. Encontre as quantidades ótimas de produção de A e B.

**FML.15** [Tah08, 2.2A-12] Uma empresa produz dois tipos de chapéus de vaqueiro. Um chapéu do tipo 1 requer duas vezes mais mão de obra do que um do tipo 2. Se todas as horas de trabalho forem dedicadas só ao tipo 2, a empresa pode produzir um total de 400 chapéus por dia. Os limites de mercado respectivos para os dois tipos são 150 e 200 chapéus por dia. O lucro é \$ 8 por chapéu do tipo 1 e \$ 5 por chapéu do tipo 2. Determine o número de chapéus de cada tipo que maximizaria o lucro.

**FML.16** [Tah08, 2.2A-15] Uma empresa está planejando uma nova campanha publicitária por rádio e TV. Um comercial de rádio custa \$ 300 e um anúncio de TV custa \$ 2000. A verba total alocada à campanha é de \$ 20000. Contudo, para garantir que cada mídia terá no mínimo um comercial de rádio e um anúncio de TV, o máximo que pode ser alocado a qualquer uma delas não pode passar de 80% da verba total. Estima-se que o primeiro comercial de rádio alcançará 5000 pessoas, e que cada comercial adicional alcançará apenas 2000 novas pessoas. No caso da TV, o primeiro anúncio alcançará 4500 pessoas e cada anúncio adicional alcançará mais 3000. Como a verba deve ser alocada entre rádio e TV?

**FML.17** [Tah08, 2.2A-16] Uma tecelagem fabrica camisas masculinas e blusas femininas para uma loja varejista. A loja acolherá toda a produção fornecida pela tecelagem. O processo de produção inclui cortar, costurar e embalar. A tecelagem emprega 25 trabalhadores no departamento de corte, 25 no departamento de costura, e 5 no departamento de embalagem. A tecelagem trabalha em turnos de 8 horas por dia, e 5 dias por semana. A tabela mostrada a seguir informa os requisitos de tempo e os lucros por unidade para as duas peças de vestuário.

Peça	minutos por unidade			Lucro por un.(\$)
	Corte	Costura	Embalagem	
Camisas	20	70	12	8
Blusas	60	60	4	12

Determine a programação semanal ótima de produção para a tecelagem.

## Referências

[Tah08] H. A. Taha. *Pesquisa Operacional*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 8 edition, 2008.