

# EA722 - Laboratório de Controle e Servomecanismos

## Controle Não Colocado

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas

2º Semestre 2017

- Da experiência 4 para os sistemas retilíneo e torcional:

- o controle colocado é **efetivo** no controle da posição do primeiro elemento (carro #1 ( $x_1$ ) ou disco #1 ( $\theta_1$ )),
- do ponto de vista do controle do segundo elemento (carro #2 ( $x_2$ ) ou disco #2 ( $\theta_2$ )), a estratégia de alto ganho mostrou-se **inadequada**,
- o controle da posição do elemento #2 através apenas da realimentação de  $x_1$  (ou  $\theta_1$ ) leva a uma estratégia de **baixos ganhos**.

# Controle não-colocado

- Proposta a ser estudada **controle não-colocado**

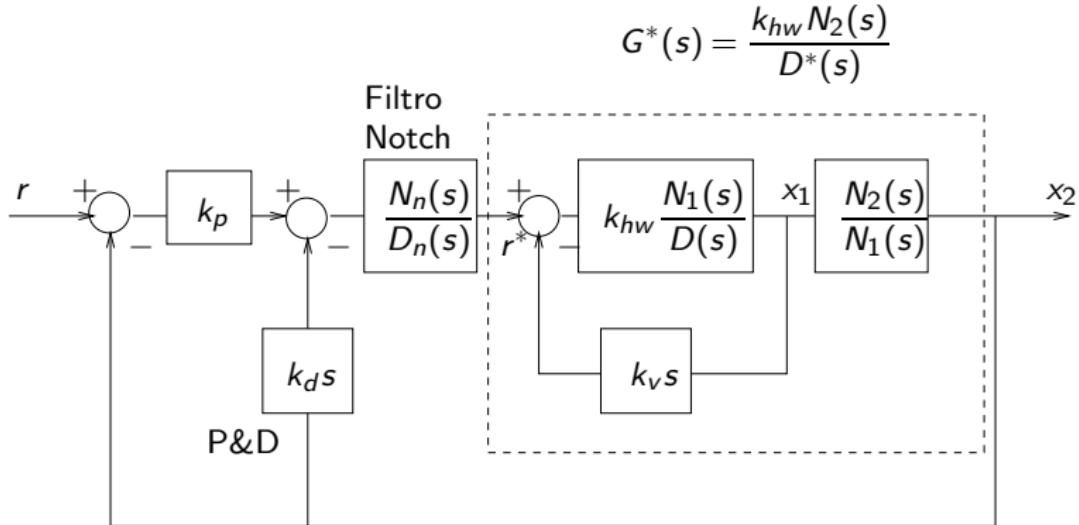
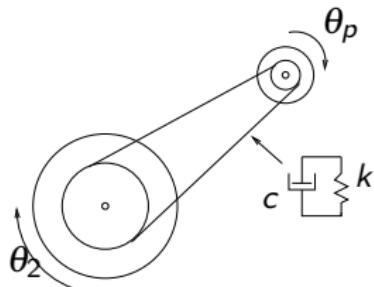


Figura: Diagrama para controle não-colocado.

## Configurações adotadas – Emulador I

- **Emulador:** dois discos, de tração e de carga, conectados através da correia flexível:



Funções de transferência em malha aberta:

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{\theta_2(s)}{T(s)} = k_{hw} \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

$$N_1(s) = J_\ell s^2 + c_2 s + k, \quad N_2(s) = k_{hw} k / g_r$$

$$D(s) = J_d^* J_\ell s^4 + (c_2 J_d^* + c_1 J_\ell) s^3 + [(J_d^* + J_\ell g_r^{-2}) k + c_1 c_2] s^2 + (c_1 + c_2 g_r^{-2}) k s$$

## Configurações adotadas – Emulador II

Onde,

$J_\ell$

$J_p$

$g_r = 4, \quad g'_r = 2$

$k$

$k_{hw}$

$c_1, \quad c_2$

$J_d^* = J_d + J_p(g'_r)^{-2}$

inércia total no disco de carga

inércia do pino SR

relação de velocidades 4 : 1

constante elástica da correia flexível

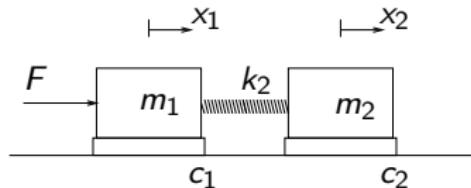
ganho de hardware

coeficientes de atrito viscoso nos discos

inércia total no disco de atuação

## Configurações adotadas – Retilíneo

- **Retilínio:** dois carros conectados por uma mola de dureza média:



Funções de transferência de malha aberta:

$$\frac{X_1(s)}{T(s)} = \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{X_2(s)}{T(s)} = \frac{N_2(s)}{D(s)}$$

$$N_1(s) = m_2 s^2 + c_2 s + k_2, \quad N_2(s) = k_{hw} k_2$$

$$D(s) = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1)s^3 + [(m_1 + m_2)k_2 + c_1 c_2]s^2 + (c_1 + c_2)k_2 s$$

onde,

$m_1, m_2$  massa dos carros

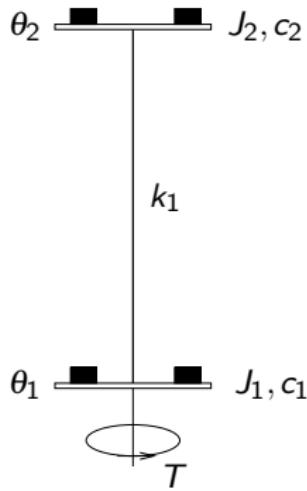
$c_1, c_2$  coeficientes de atrito dos carros

$k$  constante de mola

$k_{hw}$  ganho de hardware

## Configurações adotadas – Torsional I

- **Torsional:** dois discos conectados pela mola torcional, com pesos adicionais:



Funções de transferência de malha aberta:

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{N_2(s)}{D(s)}$$

$$N_1(s) = J_2 s^2 + c_2 s + k_1, \quad N_2(s) = k_{hw} k_1$$

$$D(s) = J_1 J_2 s^4 + (c_1 J_2 + c_2 J_1) s^3 + [(J_1 + J_2) k_1 + c_1 c_2] s^2 + \\ + (c_1 + c_2) k_1 s$$

onde

$J_1, J_2$  momento de inércia total nos discos 1 e 2

$c_1, c_2$  coeficientes de atrito viscoso dos discos

$k_1$  constante torcional da mola

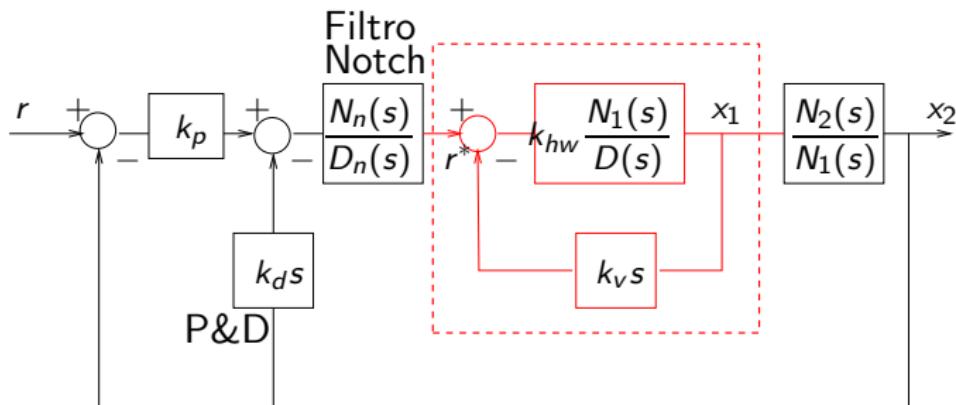
$k_{hw}$  ganho de hardware

→ os três sistemas são análogos

Reescrevendo a f.t. entre  $x_2$  e a força  $f$  na forma

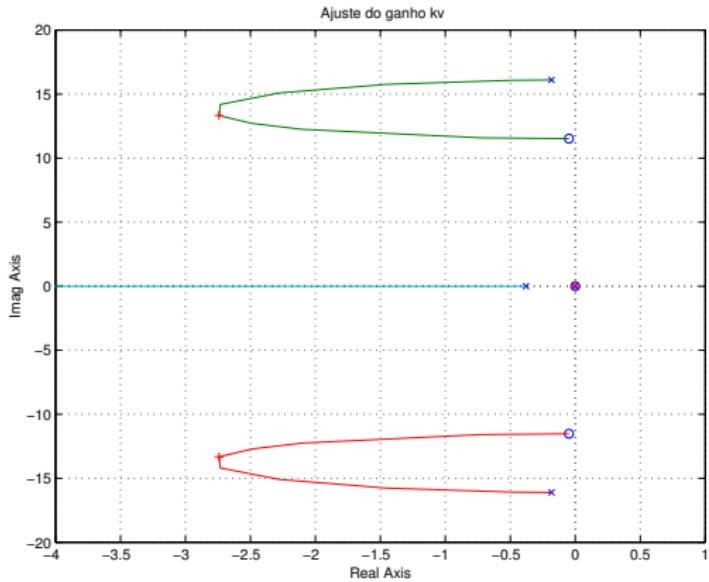
$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{N_1(s)}{D(s)} \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

■ **Malha Interna:** responsável pelo controle da variável  $x_1$  (ou  $\theta_1$ ) e o ajuste do amortecimento



# Projeto de Controle II

- **Passo 1:** Calcula-se o ganho  $k_V$  através do lugar das raízes da malha interna, de modo que o amortecimento dos pólos em malha fechada de  $X_1(s)/R^*(s)$  seja o maior possível

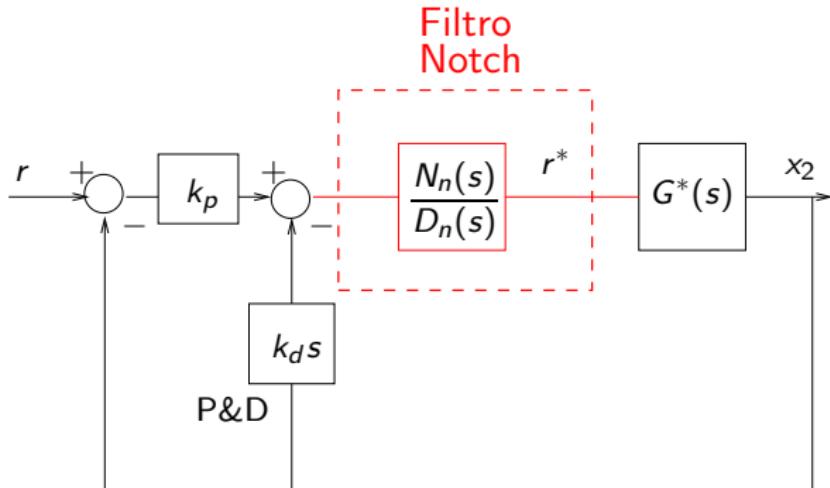


Obtém-se a função de transferência  $G^*(s)$ :

$$G^*(s) = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D^*(s)} \frac{N_2(s)}{N_1(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D^*(s)}$$

■ **Passo 2:** Calculam-se os parâmetros do **filtro notch**  $N_n(s)/D_n(s)$  de modo que:

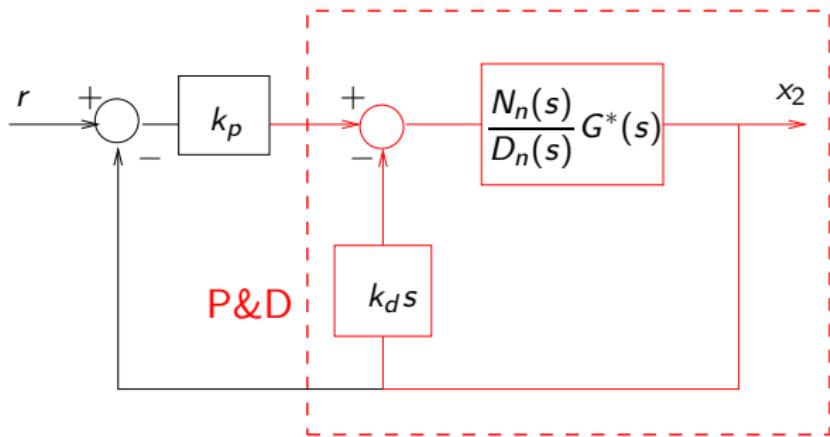
- ① os dois zeros do filtro **cancelem** dois pólos de  $G^*(s)$  (tipicamente pólos pouco amortecidos),
- ② o filtro possua dois **pares de pólos complexos** de frequência natural dadas e  $\xi = \sqrt{2}/2$  para ambos,
- ③ o coeficiente do termo de maior grau do polinômio  $D_n(s)$  deve ser 1 (**polinômio mônico**) e o **ganho estático** (DC) da f.t. do filtro deve ser unitário.



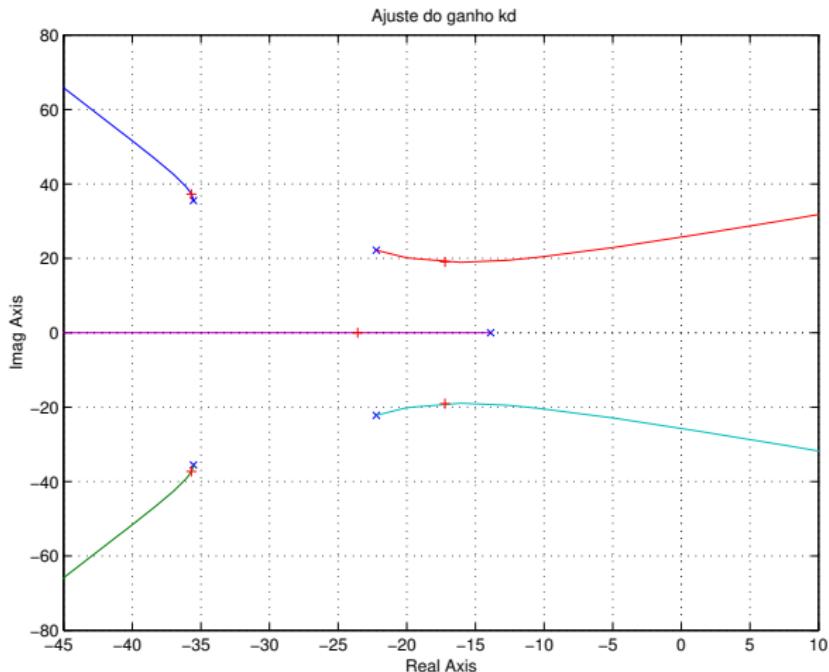
■ **Passo 3:** Os parâmetros do **controlador P&D** são obtidos através do diagrama do lugar das raízes

**Ajuste do ganho  $k_d$ :** máximo amortecimento para os pólos dominantes em malha fechada

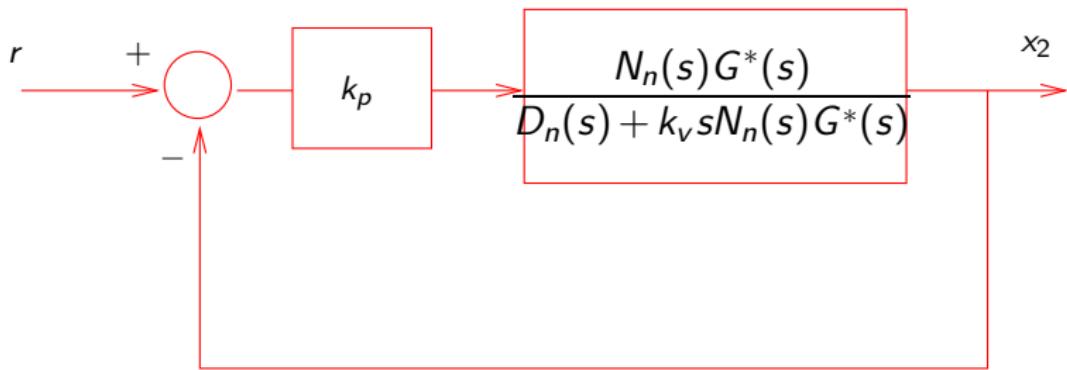
# Projeto de Controle V



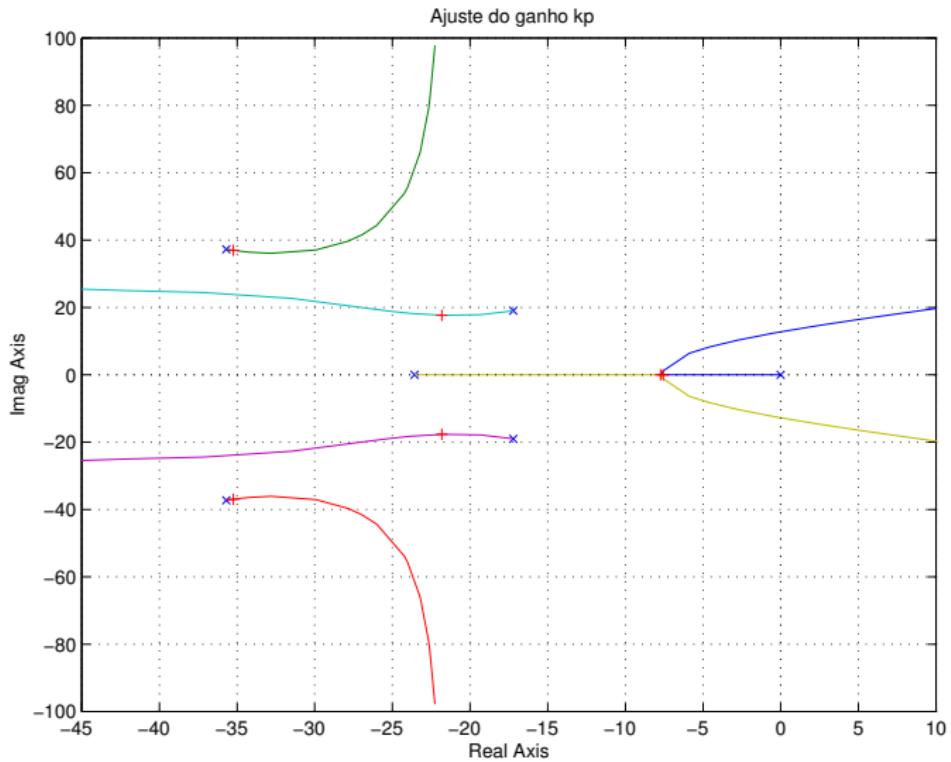
# Projeto de Controle VI



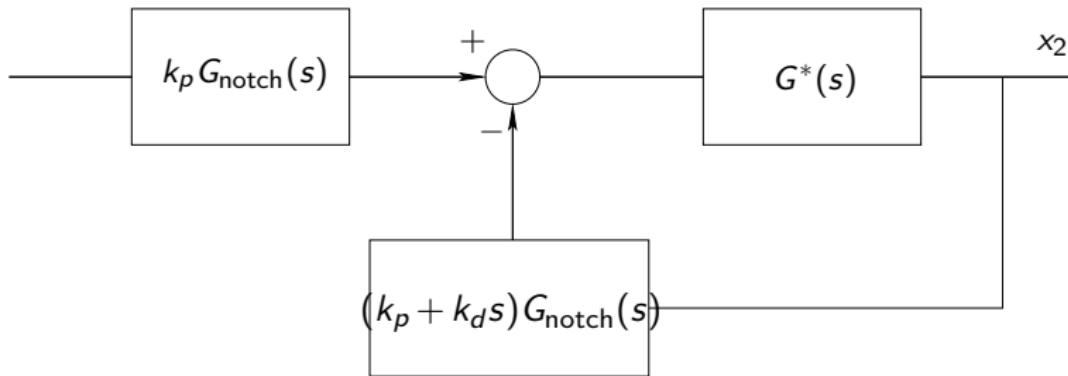
Ajuste do ganho  $k_p$ : mesmo critério de máximo amortecimento para os pólos dominantes em malha fechada



# Projeto de Controle VIII



## ■ Passo 4: Implementação no software ECP



### Representação do filtro notch + P&D no ECP

- O bloco  $k_p G_{\text{notch}}(s)$  é implementado através dos polinômios  $t(s)$  (numerador) e  $r(s)$  (denominador).
- O bloco  $(k_p + k_d s) G_{\text{notch}}(s)$  é implementado através dos polinômios  $s(s)$  (numerador) e  $r(s)$  (denominador).

Para o filtro notch sejam  $N_n(s) = n_2s^2 + n_1s + n_0$  e  
 $D_n(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0$ . A relação entre os polinômios  $N_n, D_n$  e  $t, r, s$  é

$$t_0 = n_0 k_p$$

$$s_0 = n_0 k_p$$

$$r_0 = d_0$$

$$t_1 = n_1 k_p$$

$$s_1 = n_0 k_d + n_1 k_p$$

$$r_1 = d_1$$

$$t_2 = n_2 k_p$$

$$s_2 = n_1 k_d + n_2 k_p$$

$$r_2 = d_2$$

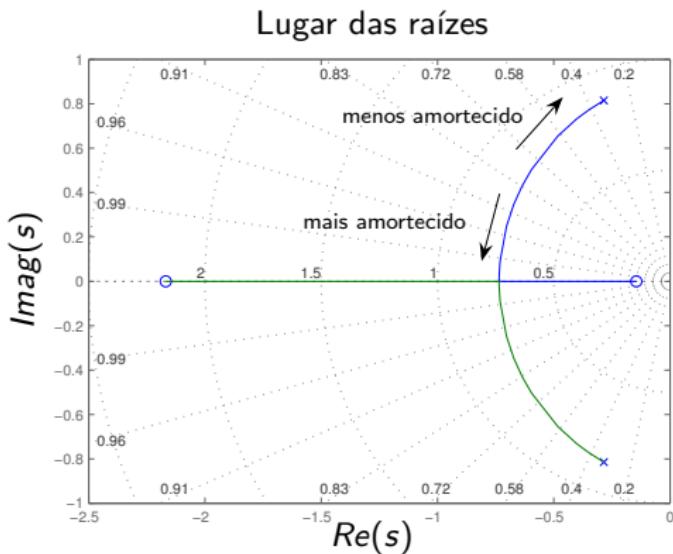
$$s_3 = n_2 k_d$$

$$r_3 = d_3$$

$$r_4 = 1$$

# Observando o fator de amortecimento no Matlab

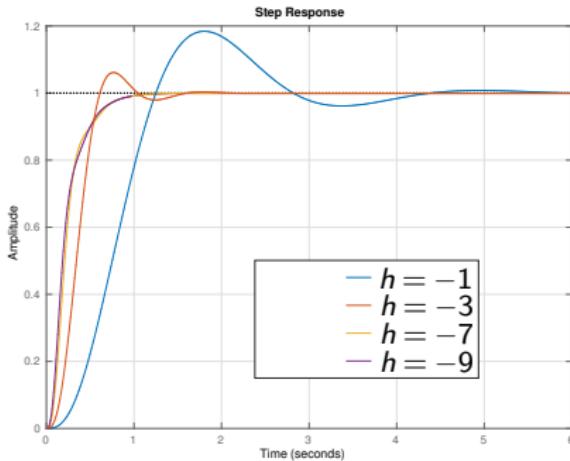
- Usando os comandos `rlocus` e `grid` no Matlab, é possível computar um ganho de modo que o fator de amortecimento resultante associado a um polo possa ser facilmente identificado graficamente (linhas radiais), como ilustra a figura apresentada a seguir



Lugar das raízes com grid

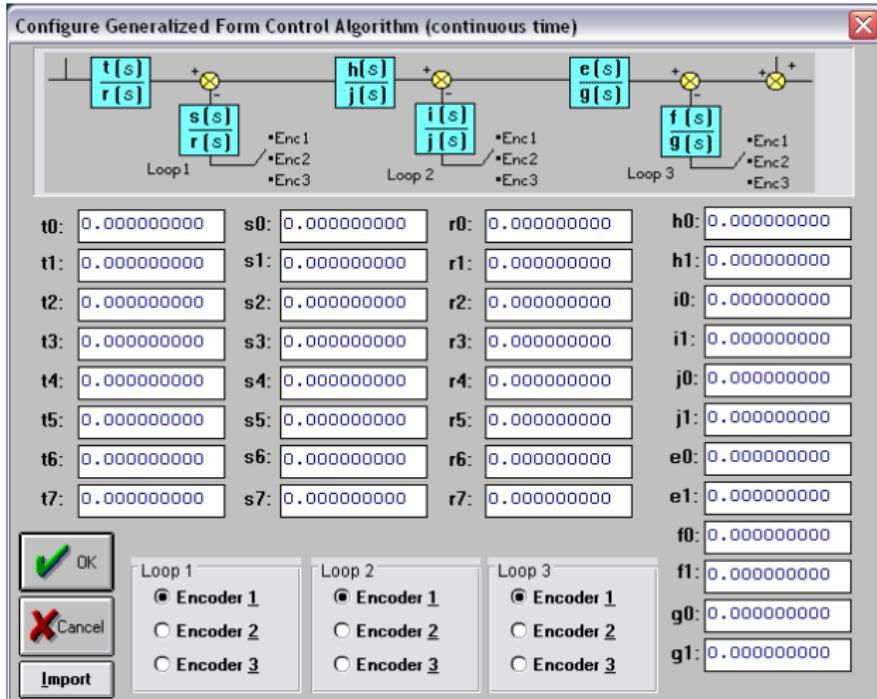
# Tempo de estabelecimento

- Considere a resposta ao degrau de uma função de transferência sem zeros e cujos os polos são:  $p_1 = -5$ ,  $p_2 = -h + 2h$ ,  $p_3 = -h - 2h$ . A figura mostrada a seguir mostra os casos  $h \in \{-1, -3, -7, -9\}$ . Quando  $h = -1$ , os polos complexos conjugados dominam (mais à direita), gerando uma resposta oscilatória e que demora mais para acomodar (tempo de estabelecimento longo). Por outro lado, quando  $h = -9$ , o polo real domina, produzindo uma resposta amortecida e com tempo de estabelecimento menor.



Resposta ao degrau de  
 $G(s) = 1/\text{poly}[-5 \ h-2hj \ h+2hj]$   
para  $h \in \{-1, -3, -7, -9\}$

# Implementação dos ganhos de controle I



Tela de configuração do controlador genérico

## Dicas Gerais:

- Retilíneo – atenção às malhas de realimentação: Loop 3 → encoder 1 (posição do carro 1), Loop 1 → encoder 2 (posição do carro 2).
- Torcional – atenção às malhas de realimentação: Loop 3 → encoder 1 (posição do disco 1), Loop 1 → encoder 3 (posição do disco 3).
- Emulador – atenção às malhas de realimentação: Loop 3 → encoder 1 (posição do disco de atuação), Loop 1 → encoder 2 (posição do disco de carga).
- Atenção à malha de realimentação Loop 2: a mesma não está sendo utilizada, portanto  $i_0 = 0$
- Atenção aos denominadores de  $g(s)$  e  $j(s)$ : fazer  $g_0 = j_0 = 1$  para não ter divisão por zero.
- Atenção aos numeradores de  $h(s)$  e  $e(s)$ : fazer  $h_0 = e_0 = 1$  para não “abrir” a malha (não passa sinal).
- Atenção à implementação do ganho  $k_v$ : o mesmo deve ser implementado em  $f_1$ .

## Referências Bibliográficas

- P. A. V. Ferreira. [Introdução aos sistemas de controle](#). Notas de aula do Prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999,  
<http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ea722/rotaula0.pdf>.
- G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. [Feedback Control of Dynamic Systems](#). Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6 edition, 2009.
- J. C. Geromel and A. G. B. Palhares. [Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios](#). Blucher, São Paulo, SP, 2004.
- K. Ogata. [Engenharia de Controle Moderno](#). Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3 edition, 1998.