

Experiência 3:

Controle PD e P&D dos sistemas ECP

30 de agosto de 2017

Sumário

1	Introdução aos controladores PD	2
1.1	Forma alternativa: controle P&D	5
2	O emulador industrial	6
2.1	Controle P&D do sistema rígido	6
2.1.1	Procedimento experimental - parte 1	7
2.1.2	Procedimento experimental - parte 2	8
2.2	Pré-relatório da experiência 4	9
3	O sistema retilíneo	10
3.1	Controle P&D do sistema retilíneo	10
3.1.1	Procedimento experimental - parte 1	11
3.1.2	Procedimento experimental - parte 2	12
3.2	Pré-relatório da experiência 4	13
4	O sistema torcional	14
4.1	Controle P&D do sistema torcional	14
4.1.1	Procedimento experimental - parte 1	14
4.1.2	Procedimento experimental - parte 2	16
4.2	Pré-relatório da experiência 4	16
5	O pêndulo invertido: controle PD da haste deslizante	18
5.1	Haste rotacional bloqueada	18
5.2	Haste rotacional livre	19
5.3	Procedimento experimental	20
5.3.1	Procedimento experimental - haste rotacional presa	20
5.3.2	Procedimento experimental - haste livre	21
5.4	Pré-relatório da experiência 4	22
6	O levitador magnético	23
6.1	Controle P&D do levitador magnético	24
6.2	Procedimento Experimental	26
6.2.1	Procedimento experimental - parte 1	26
6.2.2	Procedimento experimental - parte 2	27
6.3	Pré-relatório da experiência 4	28

1 Introdução aos controladores PD

Esta experiência demonstra conceitos importantes associados ao controle proporcional-derivativo (PD). Controladores PD encontram aplicações em várias áreas, como no controle de máquinas-ferramentas e no controle de atitude de sistemas aeroespaciais.

Uma estrutura clássica para o controle em malha fechada de uma planta de 2a. ordem hipotética

$$G_p(s) = \frac{c_0}{s(s + c_1)},$$

através de um controlador PD

$$G_c(s) = k_p + k_d s,$$

onde k_p, k_d são os ganhos proporcional e derivativo, é apresentada na Fig. 1.

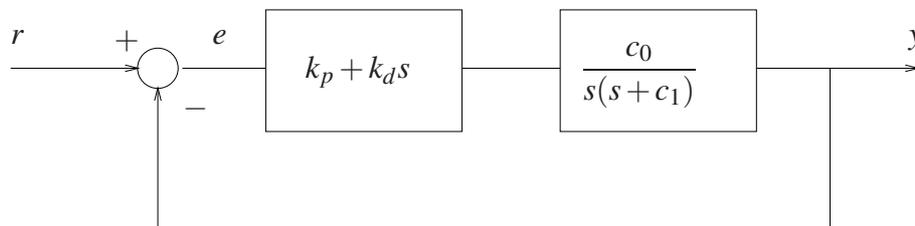


Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

Suponha inicialmente que $k_d = 0$ e que portanto o sinal de controle é apenas proporcional ao sinal de erro: $u(t) = k_p e(t)$, $t \geq 0$. Suponha ainda que nesta situação, a saída do sistema exibe o comportamento ilustrado na Fig. 2.

Uma análise do comportamento do sistema em malha fechada no domínio do tempo evidencia que:

1. No intervalo $0 < t < t_1$, o erro é positivo, assim como o sinal de controle. O elevado *overshoot* e as oscilações subsequentes na saída são devidas ao excessivo valor do controle e à falta de amortecimento suficiente durante este intervalo;
2. No intervalo $t_1 < t < t_3$, o erro é negativo, assim como o sinal de controle. O sinal de controle tende a desacelerar a saída, causando a sua reversão e o *undershoot*;
3. No intervalo $t_3 < t < t_5$, o erro é positivo, assim como o sinal de controle. O sinal de controle positivo é uma resposta ao *undershoot* verificado no intervalo anterior. Como por hipótese o sistema é estável em malha fechada, as amplitudes das oscilações são reduzidas progressivamente até que a saída do sistema alcance seu valor final.

Assim, os fatores que contribuem para o elevado *overshoot* são

- O sinal de controle no intervalo $0 < t < t_1$ é muito grande;
- O sinal de controle no intervalo $t_1 < t < t_2$ não é adequado.

Neste sentido, a adoção de um controlador proporcional-derivativo gerando um sinal de controle $v(t) = k_p e(t) + k_d \dot{e}(t)$, $t \geq 0$ teria as seguintes implicações:

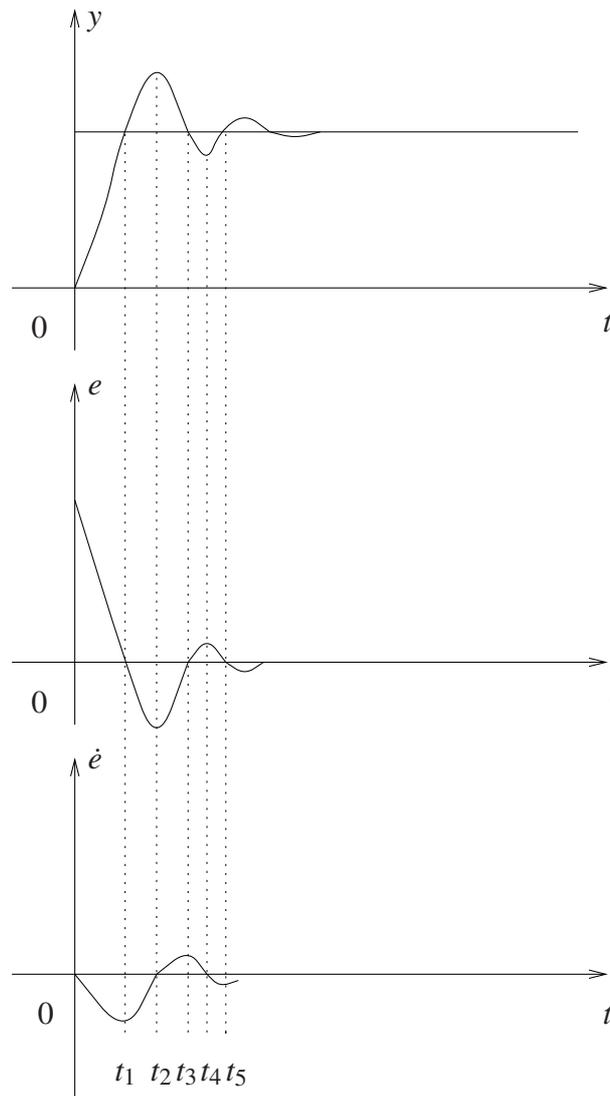


Figura 2: Análise da ação proporcional.

1. No intervalo $0 < t < t_1$, a derivada do erro é negativa, o que tende a reduzir a ação de controle gerada pela parte proporcional;
2. No intervalo $t_1 < t < t_2$, tanto o erro quanto a derivada do erro são negativas. A ação de reversão será maior do que a produzida apenas pela parte proporcional;
3. No intervalo $t_2 < t < t_3$, o erro (negativo) e a derivada do erro (positiva) têm sinais opostos. A ação proporcional (negativa) que contribuiria para o *undershoot* é também reduzida.

O controlador PD introduz uma componente *antecipativa* em relação ao controlador proporcional, pois dispõe da informação a respeito da tendência do erro e pode utilizá-la para antecipar ações destinadas a reduzir *overshoot* e oscilações em geral.

Exercício 1: Mostre que a função de transferência de malha fechada do sistema representado na Fig. 1 é dada por (1) (4pt)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_d c_0 s + k_p c_0}{s^2 + (c_1 + k_d c_0) s + k_p c_0}. \quad (1)$$

□

Observa-se através do denominador da função de transferência de malha fechada (1) que um dos efeitos da ação derivativa é aumentar o amortecimento do sistema, o que contribui para a diminuição do *overshoot*. Observe também que a ação derivativa não tem efeito sobre o valor de estado estacionário.

Exercício 2: Mostre que para uma entrada degrau unitário,

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = 1,$$

isto é, o mesmo valor que seria obtido com um controlador proporcional (t) (4pt).

Uma análise no domínio da frequência (Fig. 3) mostra que o controlador PD é essencialmente um filtro passa-alta. De fato,

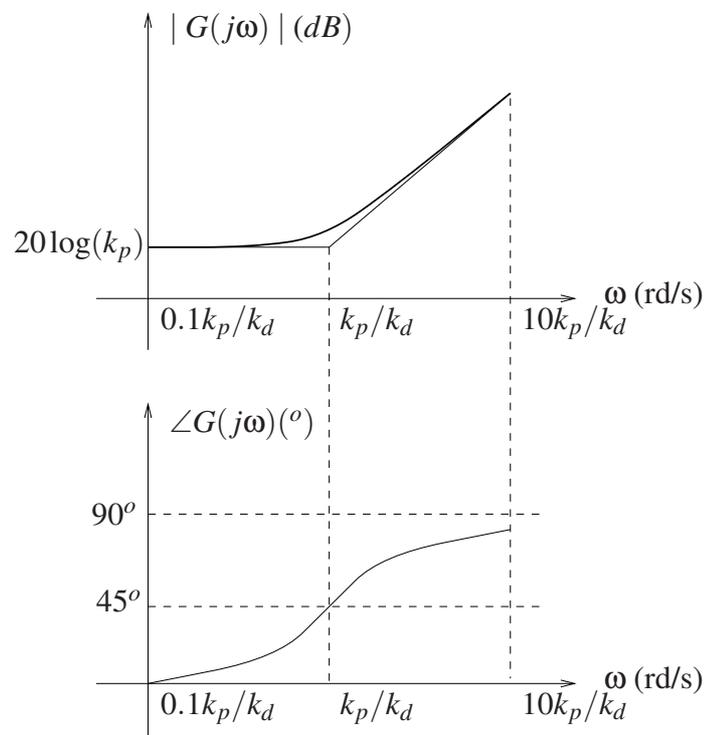


Figura 3: Diagramas de Bode de $G_c(s)$.

$$G_c(j\omega) = k_p \left(\frac{k_d}{k_p} j\omega + 1 \right)$$

indicando que a magnitude de $G_c(j\omega)$ cresce com uma inclinação de 20 dB/dec a partir da frequência de corte $\omega = k_p/k_d$ rd/s e que a fase de $G_c(j\omega)$ tende a 90° .

O controlador PD adiciona fase ao sistema, o que é desejável para garantir a estabilidade do sistema realimentado. Além disso, desloca a frequência de cruzamento com 0 dB (*crossover*) para a direita, o que aumenta a largura de banda e reduz o tempo de subida do sistema. Por outro lado, ao aumentar a largura de banda, o controlador PD acentua sinais (ruídos) de alta frequência, o que pode deteriorar a resposta do sistema.

1.1 Forma alternativa: controle P&D

Em certas situações é conveniente implementar o controlador PD como na Fig. 4 abaixo. Denotaremos por P&D essa forma de controle, para distingüi-la da forma PD original como na Fig. 1. O controlador P&D é também conhecido como controle PD com realimentação de velocidade.

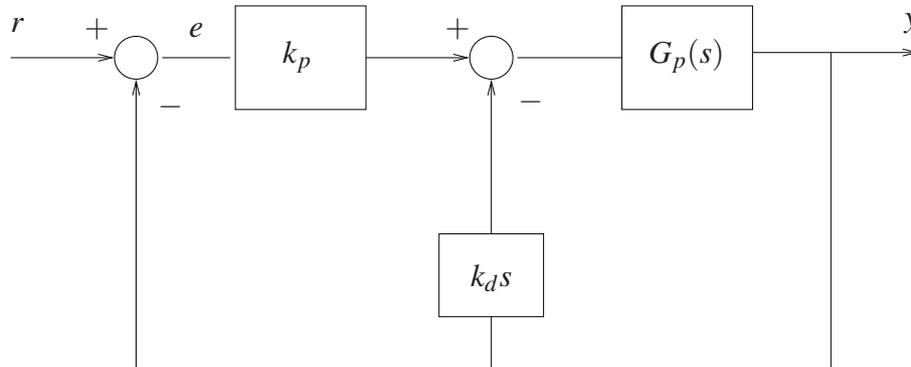


Figura 4: Modificação do controlador PD clássico, denotado por P&D.

Uma razão para adotar a implementação ilustrada na Fig. 4 é que de acordo com a implementação clássica da Fig. 1, se a referência for um degrau, então no instante inicial o controlador PD gera um impulso. Por outro lado, através da implementação da Fig. 4, o sinal de controle é $u(t) = k_p e(t) - k_d \dot{y}(t)$, que não envolve a derivada da entrada. Observe que a segunda implementação é qualitativamente equivalente à primeira, pois ao invés de antecipar a tendência do erro, a ação derivativa antecipa a tendência da saída com o sinal trocado.

Exercício 3: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig. 4 é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_p c_0}{s^2 + (c_1 + k_d c_0)s + k_p c_0}, \quad (2)$$

e que portanto possui a mesma equação característica da implementação clássica (t) (4pt)

Observa-se que (2) também apresenta a propriedade de aumento do amortecimento verificada em (1), mas que devido a ausência do zero, as características ligadas à adição de fase ao sistema ficam prejudicadas.

Exemplo 1 Considere um sistema com a função de transferência

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{s(s+2)}$$

e duas situações: a) controlador PD; b) controlador P&D. Para ambos adota-se $k_p = 0,1$ e $k_d = 0,01$. Os diagramas de Bode do sistema em malha fechada correspondentes são apresentados na Fig. 5, mostrando claramente a influência do zero extra no controlador PD clássico.

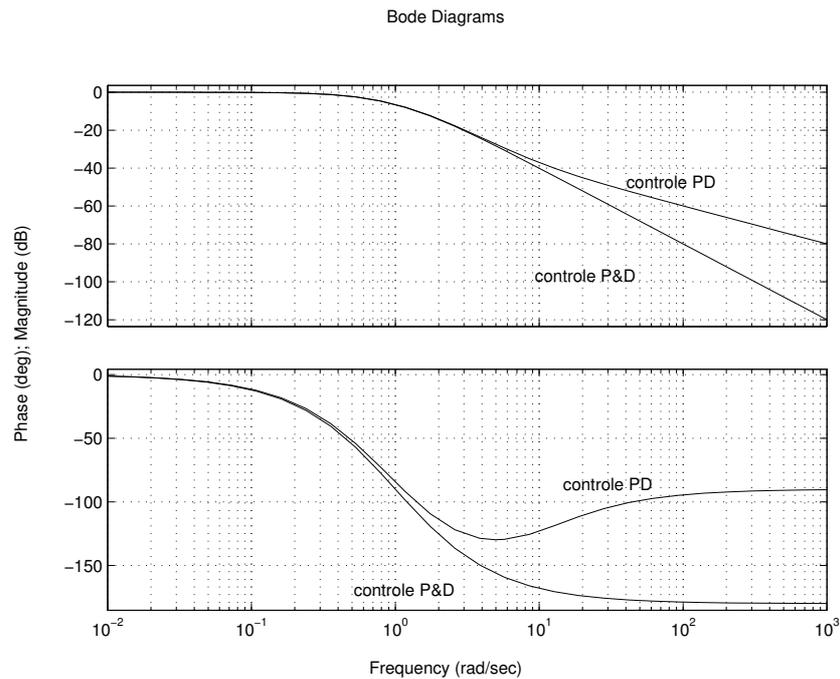


Figura 5: Diagramas de Bode do Exemplo 1: controlador PD e P&D.

2 O emulador industrial

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema rígido serão obtidos para a seguinte **configuração**:

- Sistema rígido com disco de atuação apenas;
- Correia do disco de atuação ao dispositivo SR desconectada;
- Inércias adicionais sobre o disco de atuação: 4 massas de 0.212 kg dispostas a 5 cm do centro do disco.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{Js^2 + c_d s}, \quad J = J_d + J_w$$

referente à configuração acima, e $J_w = 4 \cdot m (dist^2 + dia^2/8)$, sendo m a massa, $dist$ e dia respectivamente, a distância do centro do disco e o diâmetro de cada peso.

2.1 Controle P&D do sistema rígido

Desprezando-se o atrito viscoso, o controle (P&D) em malha fechada do sistema rígido pode ser representado como na Fig. 6.

Exercício 4: Mostre que função de transferência de malha fechada da Fig. 6 é  (4pt).

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}k_p/J}{s^2 + ((c_d + k_{hw}k_d)/J)s + k_{hw}k_p/J'}$$

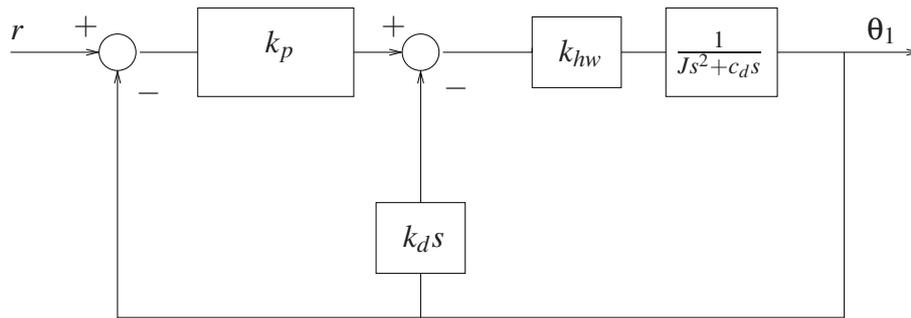


Figura 6: Controle em malha fechada do sistema rígido.

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}k_p}{J}} \quad (\text{rd/s}) \quad (3)$$

$$\xi := \frac{c_d + k_{hw}k_d}{2J\omega_n} = \frac{c_d + k_{hw}k_d}{2\sqrt{Jk_{hw}k_p}} \quad (4)$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

2.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (k_p) e do ganho derivativo (k_d).

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 2. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração. Ajuste a tampa de acrílico na sua posição original;
2. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #1** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**. Ajuste um degrau em malha fechada de **0 (zero)** counts, dwell time=**5000** ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**. Este procedimento faz com que a placa do controlador adquira dados durante 10 s, mantendo o sistema em regulação ($R(s) = 0$). O procedimento pode ser usado para ajustar o período de aquisição de dados;
3. Por meio de (3), determine o valor de k_p (com $k_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador harmônico mola-inércia de frequência 2 Hz (4pt);
4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts=0.000884** s e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de k_p calculado acima (certifique-se de que $k_p < 0.2$), atribua $k_d = k_i = 0$, selecione **OK** e depois **Implement Algorithm**;
5. Selecione **Execute** no menu **Command**. Prepare-se para rotacionar o disco de atuação por aproximadamente 10° . Rotacione o disco por 10° , selecione **Run**, e libere o disco. Não segure o disco rotacionado por mais do que 2 s, uma vez que a proteção térmica do motor abre a malha de controle nesta situação;

6. Exporte a saída do encoder #1 e plote um gráfico usando o matlab (use o script `plotRawData.m`) (g) (4pt). Determine a frequência de oscilação exibida pelo sistema (t) (4pt). O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado (t) (4pt)? Repita os passos 4 e 5 e compare com a sua previsão (g) (4pt) (t) (4pt). Explique porque não se obtêm um oscilador harmônico perfeito (t) (4pt);
7. Utilizando novamente o ganho k_p obtido no item 3, calcule agora o ganho k_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (4) (t) (4pt). Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte e plote a saída do **Encoder #1** e do **Commanded Position** (g) (4pt). Comente e explique o comportamento observado (t) (4pt). Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho k_d seria negativo como o obtido neste experimento (t) (4pt);
8. Determine o valor do ganho derivativo k_d para que $k_d k_{hw} = 0.05$ N-m/(rd/s) (t) (4pt), e implemente o controlador com **Ts=0.006188 s**, atribuindo o valor calculado de k_d (certifique-se de que $k_d < 0.05$) e $k_i = k_p = 0$;
9. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente o disco nas duas direções. Não force o disco em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do atrito viscoso observado ao se deslocar o disco (t) (4pt)?
10. Repita os passos 8 e 9 para um valor de k_d cinco vezes maior (mas mantendo $k_d < 0.05$). Pode-se observar o aumento no amortecimento (t) (4pt)?

2.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (3) e (4), projete controladores P&D (i.e., determine os valores de k_p e k_d) para obter frequência natural $\omega_n = 8\pi$ rad, e os seguintes amortecimentos (a) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), (b) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e (c) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) (t) (4pt);
12. Implemente o controlador sub-amortecido (**Ts=0.00442 s**) e ajuste a trajetória para um degrau de malha fechada de **2000 counts**, dwell time=**1500 ms** e **1** (uma) repetição;
13. Execute a trajetória e exporte os dados. Plote no mesmo gráfico (eixo) a trajetória comandada e a trajetória de saída (**Encoder #1**) (g) (4pt)
14. Repita os passos 12 e 13 para os casos criticamente amortecido (g) (4pt) e sobre-amortecido (g) (4pt)
15. Projete um controlador P&D para atender às seguintes especificações de desempenho: $10\% \leq M_p \leq 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.5$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime – critério de 5%) (t) (4pt). O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \quad (\text{em } \%)$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de } 5\%),$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida \textcircled{g} (4pt) com a esperada teoricamente \textcircled{t} (4pt).

2.2 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo. Calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 5$ N-m/rd-s. Simule o controlador com este valor de k_i e os valores de k_p e k_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

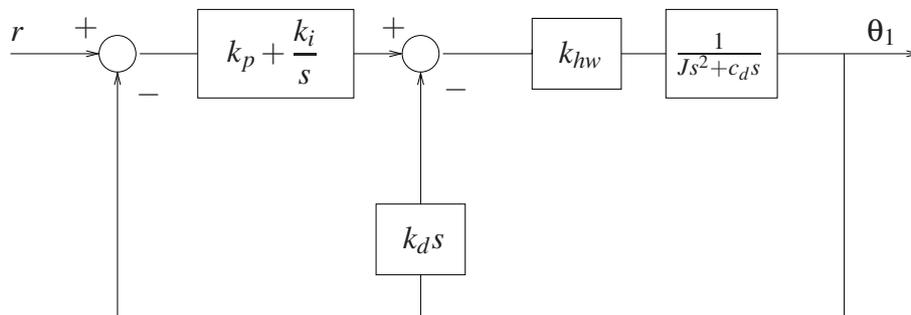


Figura 7: Controle em malha fechada do sistema rígido.

2. Dobre o valor de k_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($k_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?
3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos ítems 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

3 O sistema retilíneo

Nota: Os símbolos (g), (t), (d) e (s) indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema retilíneo serão obtidos para a seguinte **configuração**. Apenas o primeiro carro será utilizado.

- 4 massas de 500 g sobre o carro # 1;
- Molas e amortecedor desconectadas do carro # 1.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + c_1 s}, \quad m_1 = m_{c1} + m_w$$

3.1 Controle P&D do sistema retilíneo

Desprezando-se o atrito viscoso, o controle (P&D) em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 8.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig. 8 é (t) (4pt)

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}k_p/m_1}{s^2 + ((c_1 + k_{hw}k_d)/m_1)s + k_{hw}k_p/m_1},$$

□

e definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}k_p}{m_1}} \quad (\text{rd/s}) \quad (5)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2m_1\omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2\sqrt{m_1k_pk_{hw}}} \quad (6)$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

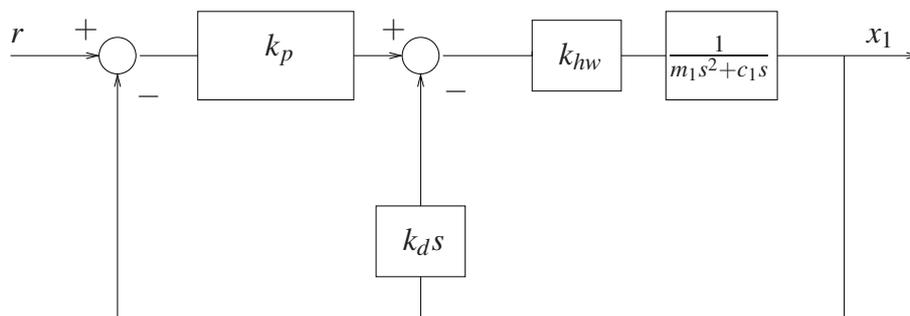


Figura 8: Controle em malha fechada do sistema.

3.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (k_p) e do ganho derivativo (k_d).

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 3. Certifique-se de que as massas estejam firmemente ajustadas sobre o carro;
2. Através de (5), determine o valor de k_p (com $k_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador de frequência $\sqrt{2}$ Hz (t) (4pt);
3. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #1** e do **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**. Ajuste um degrau em malha fechada de **0 (zero)** counts, dwell time=**3000** ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**;
4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts=0.00442** s e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de k_p calculado acima (certifique-se de que $k_p < 0.08$), atribua $k_d = k_i = 0$, selecione **OK** e depois **Implement Algorithm, OK**;
5. Selecione **Execute** no menu **Command**. Prepare-se para deslocar o carro de aproximadamente 1 cm. Desloque o carro de 1 cm, selecione **Run** e libere o carro. Não segure o carro deslocado por mais do que 1 s, uma vez que a proteção térmica do motor abre a malha de controle nesta situação;
6. Exporte a saída do **Encoder #1** e plote um gráfico no matlab (use o script `plotRawData.m`) (g) (4pt). Compare a frequência de oscilação do sistema com a prevista teoricamente (t) (4pt). O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado (t) (4pt)? Repita os passos 4 e 5 e compare com a sua previsão (g) (4pt) (t) (4pt). Explique porque não se obtêm um oscilador harmônico perfeito (t) (4pt);
7. Utilizando novamente o ganho k_p obtido no item 2, calcule agora o ganho k_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (6) (t) (4pt). Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte e plote a saída do **Encoder #1** e do **Commanded Position** (g) (4pt). Comente e explique o comportamento observado (t) (4pt). Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho k_d seria negativo como o obtido neste experimento (t) (4pt);
8. Determine o valor do ganho derivativo k_d para que $k_d k_{hw} = 50$ N-m/s (t) (4pt), e implemente o controlador com o valor de k_d obtido (certifique-se de que $k_d < 0.04$) e $k_i = k_p = 0$;
9. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente o carro nas duas direções. Não force o carro em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do amortecimento viscoso observado no sistema (t) (4pt)?
10. Repita os passos 8 e 9 para um valor de k_d cinco vezes maior (mas mantendo $k_d < 0.02$). Pode-se observar o aumento no amortecimento (t) (4pt)?

3.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (5) e (6), projete controladores P&D (isto é, determine os valores de k_p e k_d) para obter uma frequência natural $\omega_n = 8\pi$ rad, e amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e 3) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) (t) (4pt)
12. Implemente o controlador sub-amortecido e ajuste a trajetória para um degrau de malha fechada de **2500** counts, dwell time=**1000** ms e **1** (uma) repetição;
13. Execute a trajetória e exporte os dados. Plote no mesmo gráfico (eixo) a trajetória comandada e a trajetória de saída (**Encoder #1**) (g) (4pt)
14. Repita novamente os passos 12 e 13 para os casos criticamente amortecido (g) (4pt) e sobre-amortecido (g) (4pt).
15. Projete um controlador P&D para atender às seguintes especificações de desempenho: $10\% \leq M_p \leq 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.5$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime – critério de 5%) (t) (4pt). O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \quad (\text{em } \%)$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de } 5\%),$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida (g) (4pt) com a esperada teoricamente (t) (4pt).

3.2 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo, calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 7500$ N-m/s. Simule o controlador com este valor de k_i e os valores de k_p e k_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

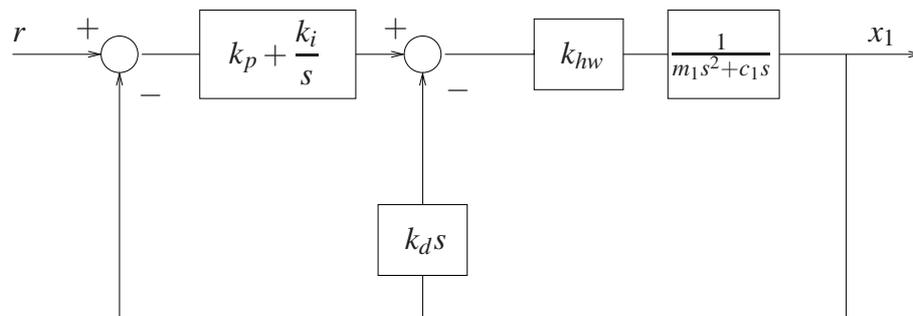


Figura 9: Controle em malha fechada do sistema.

2. Dobre o valor de k_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($k_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?
3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

4 O sistema torcional

Nota: Os símbolos \textcircled{g} , \textcircled{t} , \textcircled{d} e \textcircled{s} indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema torcional serão obtidos para a seguinte **configuração**:

- Discos #2 e #3 removidos;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: 2 massas de 0.500 kg dispostas a 9 cm do centro do disco.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + c_1 s}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w,$$

referente à configuração acima, e $J_w = 2 \cdot m (dist^2 + dia^2/8)$, sendo m a massa, $dist$ e dia respectivamente, a distância do centro do disco e o diâmetro de cada peso.

4.1 Controle P&D do sistema torcional

O controle (P&D) em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 10.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig. 10 é \textcircled{t} (4pt)

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}k_p/J_1}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s + k_{hw}k_p]/J_1},$$

□

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}k_p}{J_1}} \quad (\text{rd/s}) \quad (7)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2J_1\omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2\sqrt{J_1k_{hw}k_p}} \quad (8)$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

4.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (k_p) e do ganho derivativo (k_d).

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 4. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração;

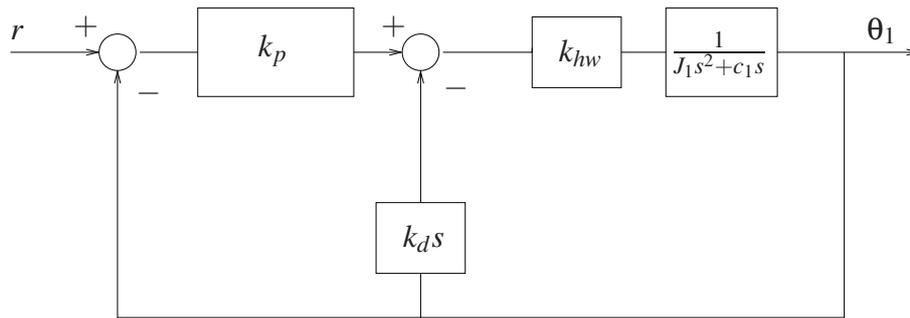


Figura 10: Controle em malha fechada do sistema rígido.

2. Por meio de (7), determine o valor de k_p (com $k_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador mola-inércia de frequência 2 Hz (t) (4pt);
3. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #1** e do **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**. Ajuste um degrau em malha fechada de **0 (zero)** counts, dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**. Este procedimento faz com que a placa do controlador adquira dados durante 4 s, mantendo o sistema em regulação ($R(s) = 0$). O procedimento pode ser usado para ajustar o período de aquisição de dados;
4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts=0.00442 s** e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de k_p calculado acima (certifique-se de que $k_p < 0.10$), atribua $k_d = k_i = 0$, selecione **OK** e depois **Implement Algorithm**;
5. Selecione **Execute** no menu **Command**. Prepare-se para rotacionar o disco por aproximadamente 10° . Rotacione o disco por 10° , selecione **Run**, e libere o disco. Não mantenha o disco rotacionado por mais do que 2 s, uma vez que a proteção térmica do motor abre a malha de controle nesta situação;
6. Exporte a saída do **Encoder #1** e plote um gráfico usando o matlab (use o script `plotRawData.m`) (g) (4pt). Determine a frequência de oscilação exibida pelo sistema (t) (4pt). O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado (t) (4pt)? Repita os passos 4 e 5 e compare com a sua previsão (g) (4pt) (t) (4pt). Explique porque não se obtêm um oscilador harmônico perfeito (t) (4pt);
7. Utilizando novamente o ganho k_p obtido no item 2, calcule agora o ganho k_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (8) (t) (4pt). Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte e plote a saída do **Encoder #1** e do **Commanded Position** (g) (4pt). Comente e explique o comportamento observado (t) (4pt). Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho k_d seria negativo como o obtido neste experimento (t) (4pt);
8. Determine o valor do ganho derivativo k_d para que $k_d k_{hw} = 0.10$ N-m/(rd/s) (t) (4pt) e implemente o controlador com o novo valor de k_d (certifique-se de que $k_d < 0.10$) e $k_i = k_p = 0$;

9. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente o disco nas duas direções. Não force o disco em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do atrito viscoso observado ao se deslocar o disco (t) (4pt)?
10. Repita os passos 8 e 9 para um valor de k_d cinco vezes maior (mas mantendo $k_d < 0.30$). Pode-se observar o aumento no amortecimento (t) (4pt)?

4.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores PD.

11. Por meio das equações (7) e (8), projete controladores PD (isto é, determine os valores de k_p e k_d) para obter frequência natural $\omega_n = 4\pi$ rad e amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e 3) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) (t) (4pt)
12. Implemente o controlador sub-amortecido e ajuste a trajetória para um degrau de malha fechada de **3500** counts, dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição;
13. Execute a trajetória e exporte os dados. Plote no mesmo gráfico (eixo) a trajetória comandada e a trajetória de saída (**Encoder #1**) (g) (4pt)
14. Repita os passos 12 e 13 para os casos criticamente amortecido (g) (4pt) e sobre-amortecido (g) (4pt)
15. Projete um controlador PD para atender às seguintes especificações de desempenho: $10\% \leq M_p \leq 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0,5$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime – critério de 5%) (t) (4pt). O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \quad (\text{em } \%)$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de } 5\%),$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida (g) (4pt) com a esperada teoricamente (t) (4pt).

4.2 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo, calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 3$ N-m/rd-s. Simule o controlador com este valor de k_i e os valores de k_p e k_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;
2. Dobre o valor de k_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($k_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?

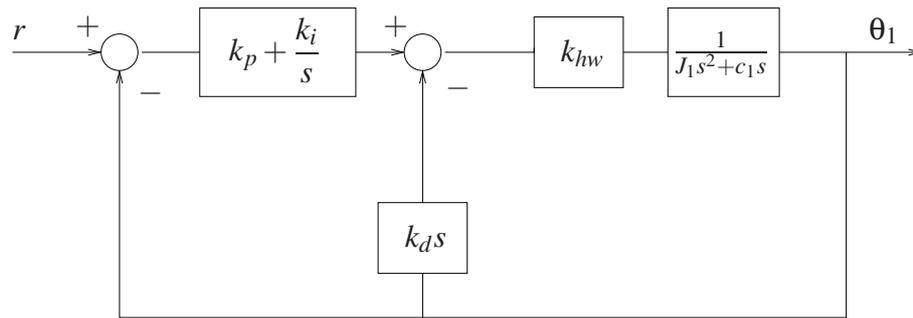


Figura 11: Controle em malha fechada do sistema rígido.

3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

5 O pêndulo invertido: controle PD da haste deslizante

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle PD do pêndulo invertido serão obtidos para as seguintes **configurações**:

- Haste rotacional bloqueada;
- Haste rotacional livre.

5.1 Haste rotacional bloqueada

Nesta parte da experiência, considera-se o controle PD da haste deslizante do pêndulo, travando-se a haste rotacional com os calços de madeira. A função de transferência para esta configuração é dada por

$$G_p(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + c_1 s},$$

onde

- $F(s)$ – força aplicada à haste deslizante
- $X(s)$ – deslocamento linear da haste deslizante
- k_{hw} – ganho de hardware
- m_1 – massa total da haste com os pesos “orelhas”
- c_1 – coeficiente de atrito viscoso na haste deslizante

O controle PD em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 12, com $m = m_1$.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig. 12 é

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}k_p/m_1}{s^2 + ((c_1 + k_{hw}k_d)/m_1)s + k_{hw}k_p/m_1},$$

□

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}k_p}{m}} \quad (\text{rd/s}) \quad (9)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2m\omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2\sqrt{mk_{hw}k_p}} \quad (10)$$

com $m = m_1$. A função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

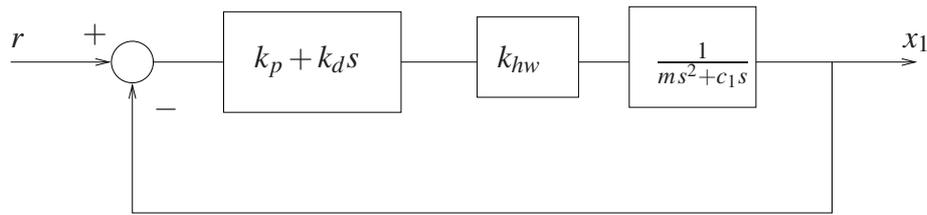


Figura 12: Controle PD da haste.

5.2 Haste rotacional livre

A estratégia de controle completa para o pêndulo invertido quando a haste rotacional estiver livre envolve duas malhas de controle: uma interna e outra externa. A malha interna controla a posição linear da haste deslizante através de um controlador PD. A malha externa controla a posição angular do pêndulo através de uma estratégia simples de alocação de pólos. Nesta parte da experiência discute-se o projeto de controladores PD para a posição linear da haste deslizante (malha interna).

O projeto do controle baseia-se num modelo simplificado do sistema, representado na Fig. 13.

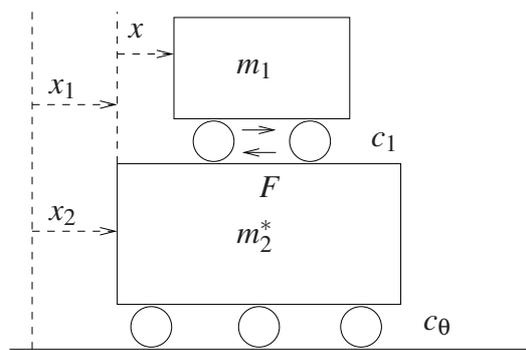


Figura 13: Modelo simplificado do sistema.

Para pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio, o conjunto pêndulo-haste pode ser visto como um sistema composto por duas massas deslizantes com transmissão de força entre elas. Na Fig. 13, m_1 representa a massa equivalente da haste, m_2^* a massa equivalente do pêndulo e contra-peso, x_2 a posição *linear* do pêndulo e x a posição da haste relativa ao pêndulo, que é objeto do projeto inicial de controle. Considerando o atrito viscoso com coeficiente c_1 e assumindo que $c_\theta \approx 0$, temos que

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= F - c_1 \dot{x} \\ m_2^* \ddot{x}_2 &= -F + c_1 \dot{x}, \end{aligned}$$

onde x_1 é a posição da haste relativa ao referencial do pêndulo. Logo $x_1 = x_2 + x$ e portanto

$$m_1 (\ddot{x}_2 + \ddot{x}) = F - c_1 \dot{x}.$$

Usando a segunda expressão, obtém-se

$$m^* \ddot{x} + c_1 \dot{x} = F, \quad m^* = \frac{m_1 m_2^*}{m_1 + m_2^*}.$$

A massa m_2^* pode ser obtida a partir do momento de inércia do conjunto sem a haste através de

$$m_2^* \ell_o^2 = \bar{J}.$$

onde ℓ_o é o comprimento da haste e \bar{J} é o momento de inércia do pêndulo sem a haste. O sistema de controle em malha fechada do sistema simplificado pode ser representado como na Fig. 12, tomando-se $m = m^*$. O sistema de malha fechada equivalente terá frequência natural de oscilação ω_n e fator de amortecimento ξ calculados a partir das equações (9) e (10), tomando-se $m = m^*$.

5.3 Procedimento experimental

5.3.1 Procedimento experimental - haste rotacional presa

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (k_p) e do ganho derivativo (k_d).

1. Ajuste o equipamento travando a haste rotacional com os calços de madeira apropriados e com os pesos 'donuts' da haste instalados. Coloque a haste deslizante na posição central ($x = 0$) e zere os sensores através do menu **Utility - Zero Position**;
2. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #2** e do **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data** e adote 2 como **Sample Period**. Ajuste um degrau em malha fechada de **1000** counts, dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**;
3. Por meio de (9), determine o valor de k_p (com $k_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador de frequência 4 Hz (t) ;
4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts=0.00442** s e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de k_p calculado acima (certifique-se de que $k_p < 0,2$), atribua $k_d = k_i = 0$, selecione **Encoder #2** e **OK**. Depois **Implement Algorithm, OK**;
5. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte a saída do **Encoder #2** e do **Commanded Position**, e plote um gráfico no matlab (use o script plotRawData.m) (g) . Tente medir a frequência de oscilação e compare com a prevista teoricamente (t) . Explique porque não se obtêm um oscilador harmônico perfeito (t) . O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado (t) ? Repita o passo 4 com o ganho proporcional dobrado (g) e compare com a sua previsão (t) ;
6. Utilizando novamente o ganho k_p obtido no item 3, calcule agora o ganho k_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (10) (t) . Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Run**. Plote a saída do **Encoder #2** e do **Commanded Position** (g) . Comente e explique o comportamento observado (t) . Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho k_d seria negativo como o obtido neste experimento (t) ;
7. Determine o valor do ganho derivativo k_d para que $k_d k_{hw} = 9$ N-m/s (t) , e implemente o controlador com o valor de k_d obtido (certifique-se de que $k_d < 0,03$) e $k_i = k_p = 0$;

8. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente a haste nas duas direções. Não force a haste em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do amortecimento viscoso observado no sistema (t) ?
9. Repita os passos 7 e 8 para um valor de k_d cinco vezes maior (mas mantendo $k_d < 0,03$). Pode-se observar um aumento no amortecimento (t) ?

5.3.2 Procedimento experimental - haste livre

10. A configuração adotada corresponde à descrita na seção 5.2. Utilizam-se os 'donuts' da haste, o contra-peso do pêndulo e a distância do contra-peso ao pivot é de $\ell_t = 10$ cm (configuração estável).
11. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #2** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, com amostragem de dados a cada dois períodos. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Impulse - Set-up**. Selecione **Closed Loop Impulse** com tamanho de **1000** counts, largura de pulso de **1000** ms, **Dwell Time** de **4000** ms e **uma repetição**. Retorne ao **Background Screen** clicando **OK** sucessivamente. O controlador está agora preparado para comandar um pulso positivo de **1000** counts (cerca de 2 cm) e continuar a aquisição de dados por mais **4000** ms;
12. Por meio das equações (9) e (10), projete controladores PD (isto é, determine os valores de k_p e k_d) para obter frequência natural $\omega_n = 30\pi$ rad, e amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e 3) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) em malha fechada (t). Os passos 13-17 a seguir devem ser executados para os três conjuntos de ganhos k_p e k_d obtidos;
13. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina o período **Ts=0.00442** s. Selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Atribua os valores de k_p e k_d ($k_i = 0$), selecione **Encoder #2** para realimentação e clique **OK**;
14. Posicione o mecanismo com a haste no meio da sua excursão, de tal forma que o pêndulo fique aproximadamente na vertical. Selecione **Implement Algorithm** e clique **OK**;
15. Selecione **Execute** no menu **Command** e clique **Run**. A haste deve se movimentar para frente e para trás cerca de 2 cm, ao mesmo tempo em que o pêndulo balança devido à reação ao movimento da haste;
16. Plote os dados do **Encoder #2** e do **Commanded Position** no mesmo gráfico (eixo esquerdo) (g). Em seguida acrescente a posição da haste principal (**Encoder #1**) no gráfico (eixo direito) e plote novamente (g) ;
17. Para observar melhor o comportamento da haste principal, repita o experimento aumentando o tempo de aquisição de dados. Para isso, adote o **Dwell Time** de **14000** ms no menu **Trajectory - Impulse - Set-up** e repita os passos anteriores até obter o gráfico do item 16 (g) ;
18. Compare o comportamento observado para os ajustes sub-amortecido, criticamente amortecido e sobre-amortecido com o previsto pelo modelo linear da Fig. 12 (t) ;

19. Projete um controlador P&D para atender às seguintes especificações de desempenho: $10\% \leq M_p \leq 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0,1$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime – critério de 5%) (t). O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \quad (\text{em } \%)$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de } 5\%),$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida (g) com a esperada teoricamente (t).

5.4 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D para o pêndulo com a haste rotacional travada, cujo diagrama de blocos está representado na figura abaixo. Calcule os valores de k_p e k_d para um controlador do tipo P&D ajustado para ser criticamente amortecido e com frequência natural de oscilação $\omega_n = 14\pi$ rd/s. Adicione o ganho k_i para obter o controlado completo PI&D tal que $k_i k_{hw} = 2500$ N-m/s. Simule o controlador com este valor de k_i .

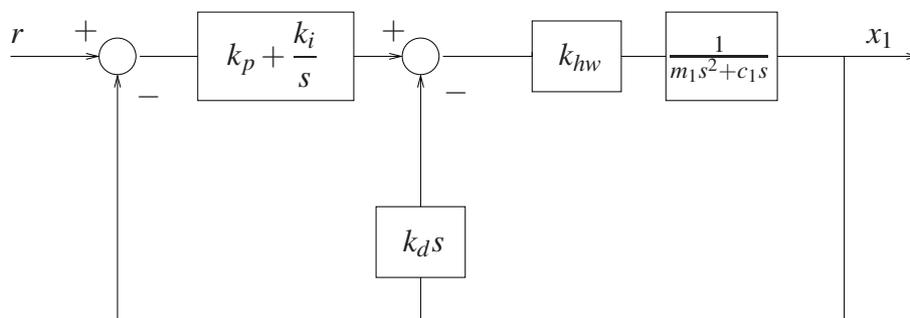


Figura 14: Controle em malha fechada do sistema.

2. Dobre o valor de k_i obtido no item anterior, e compare as respostas. A seguir faça $k_i = 0$ (sistema criticamente amortecido) e compare com as simulações anteriores.
3. Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?
4. Utilizando a função pzmap do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

6 O levitador magnético

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvem o uso do controle P&D do sistema levitador configurado com apenas um disco magnético.

O modelo não-linear completo do levitador magnético foi apresentado na Experiência 1 na configuração com um único disco (disco #1). Supondo aqui que não circule corrente pela bobina #2 o modelo se reduz ao apresentado a seguir, em unidades do MKS:

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 = \frac{u_1}{a(k_s y_1 + b)^4} - m_1 g \quad (11)$$

onde:

m_1 : é a massa do disco magnético #1, medido em [kg];

c_1 : é o coeficiente de atrito viscoso do disco #1 com o ar, medido em [Ns/m];

y_1 : é a altura do disco #1, medida em [m];

u_1 : é a corrente na bobina #1, medida em [A];

u_2 : é a corrente na bobina #2, medida em [A];

y_c : é a distância entre as bobinas #1 e #2, medida em [cm];

k_s : é a relação de metros para centímetros, ou seja, $k_s = 100$;

a e b : são constantes que descrevem as propriedades físicas do atuador.

Levando agora em conta as relações entre as unidades do MKS e as unidades empregadas no ECP o *modelo não-linear* com um disco em (11), já calibrado e nas unidades empregadas pelo ECP, é apresentado a seguir

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}} + c_1 \dot{y}_{1_{cal}} = \frac{k_s u_{1_{counts}}}{a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - k_s 10^4 m_1 g \quad (12)$$

Lembrando que foram utilizadas as relações de conversão [counts] e [N], e entre [counts] e [m], que são dadas por

$$1[N] = 10^4[\text{counts}] \quad \text{e} \quad 1[m] = 10^4 k_s [\text{counts}]$$

Nas experiências 1 e 2 o modelo linear equivalente foi obtido através do desenvolvimento em Taylor da parcela não-linear em (12). A partir desta experiência, e até a conclusão desta disciplina, iremos adotar uma outra estratégia para tratar não-linearidades, utilizando o procedimento conhecido por *compensação de não-linearidade*. A idéia é simples, e funciona para não-linearidades algébricas cuja função é conhecida com bastante precisão. Exemplificando, se $v = f(w)$ representa a relação algébrica não-linear entre as variáveis w e v , podemos obter w da medida de v , tomando-se $z = f^{-1}(v) = w$, supondo é claro, que a função inversa f^{-1} seja bem definida. No caso da equação diferencial em (12),

$$v = f(w) = \frac{w}{a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4}, \quad z = f^{-1}(v) = a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4 \cdot v = w$$

sendo $v = u_{1_{counts}}$, devemos adotar $f^{-1}(u_{1_{counts}}) = a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4 \cdot u_{1_{counts}}$ e implementar essa relação por software. Os diagrama de bloco da figura abaixo ilustra a forma como a compensação de força magnética é implementada.

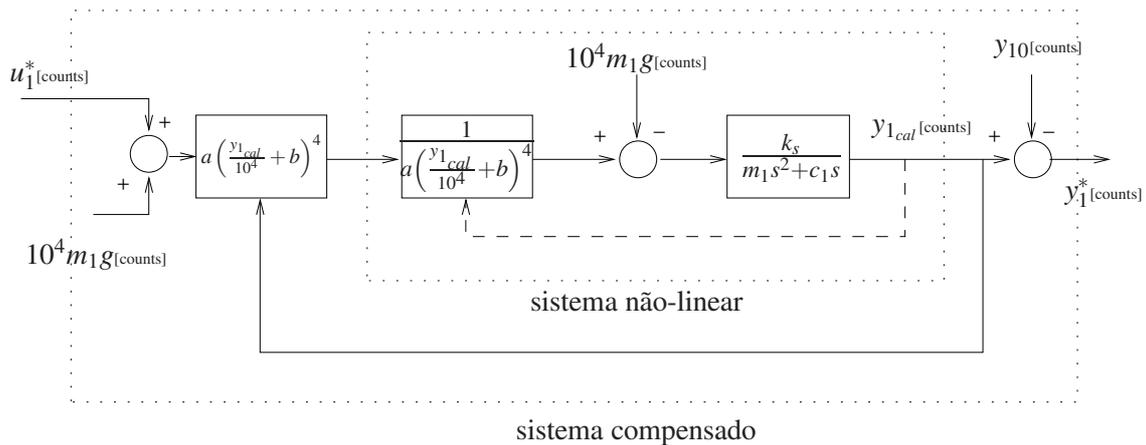


Figura 15: Sistema linearizado por compensação da força não-linear do atuador.

Da Figura 15 obtém-se o diagrama equivalente final, que será utilizado para os projetos envolvendo o caso SISO (single input single output) em que apenas a bobina inferior é utilizada para o acionamento¹.

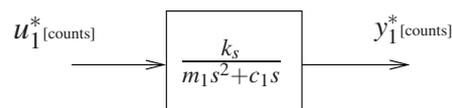


Figura 16: Diagrama final para o Levitador Magnético.

Assim, obtém-se o modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware*, isto é,

$$G_p(s) = \frac{k_s}{m_1 s^2 + c_1 s},$$

referente à configuração com compensação descrita acima.

6.1 Controle P&D do levitador magnético

Desprezando-se o atrito viscoso, o controle (P&D) em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 17.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig. 17 é

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{k_s k_p / m_1}{s^2 + ((c_1 + k_s k_d) / m_1) s + k_s k_p / m_1},$$

□

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_s k_p}{m_1}} \quad (\text{rd/s}) \quad (13)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_s k_d}{2 m_1 \omega_n} = \frac{c_1 + k_s k_d}{2 \sqrt{m_1 k_s k_p}} \quad (14)$$

¹Esta é a configuração definida no manual do fabricante como SISO #1.

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

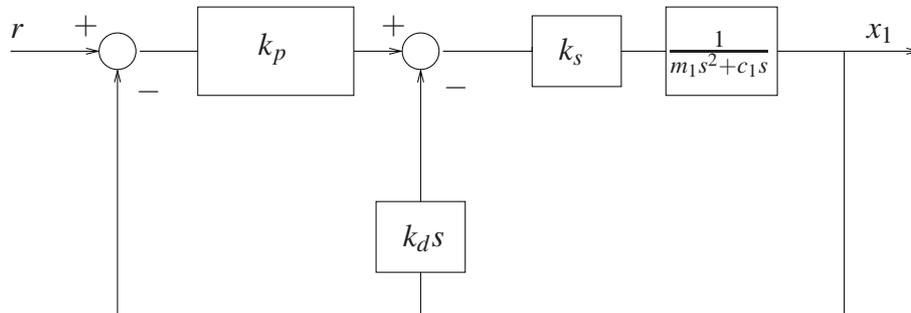


Figura 17: Controle em malha fechada do sistema.

6.2 Procedimento Experimental

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com um disco magnético montado.

1. No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo `Cal.cfg` que se encontra na pasta `/ea722/programas`. Entre no menu **Setup, Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\text{sqrt}(Y_{raw}) + g + h*Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**.
2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts=0.001768s** e se o algoritmo `Cal.alg` foi carregado. Se não, carregue-o através da opção **Load from disk** usando o arquivo `Cal.alg` que se encontra na pasta `/ea722/programas`. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente 2,0 [cm] mantendo-se nesta posição;
3. Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 20000 ± 500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup, Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 20000 [counts];
4. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Commanded Position** e **Variable Q10** (valor incremental da posição do disco #1). Especifique uma amostragem de dados a cada 2 ciclos;
5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** [counts], dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;
6. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position**  e **Variable Q10** . Verifique se a trajetória da variável Q10 apresenta pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

6.2.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (k_p) e do ganho derivativo (k_d).

1. Certifique-se que o procedimento de inicialização do equipamento foi realizado;
2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo `exp3.alg` encontrado na pasta `/ea722/programas`, através

da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir modificações nos valores de k_p e k_d no programa;

3. Por meio de (13), determine o valor de k_p (com $k_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador de frequência 3 Hz (t). Atribua o valor de k_p calculado no algoritmo (certifique-se de que $k_p < 0,9$), e $k_d = 0$. Depois **Implement Algorithm, OK**;
4. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Trajectory #1 Only**. Exporte a saída **Variable Q10²** e do **Commanded Position** e plote um gráfico usando o matlab (use o script `plotRawData.m`) (g). Tente medir a frequência de oscilação e compare com a prevista teoricamente (t). Explique porque não se obtêm um oscilador harmônico perfeito (t). O que acontece quando o ganho proporcional é aumentado em 50% (t)? Repita este ensaio com o ganho proporcional dobrado e compare com a sua previsão (t);
5. Utilizando novamente o ganho k_p obtido no item 3, calcule agora o ganho k_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (14) (t). Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Run**. Plote a saída da **Variable Q10** e do **Commanded Position** (g). Comente e explique o comportamento observado (t). Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho k_d seria negativo como o obtido neste experimento (t);
6. Selecione $k_p = 0$ e $k_d = 0,05$. Segure o disco magnético a aproximadamente 2 cm da bobina # 1, em seguida selecione **Implement Algorithm**. Movimente manualmente o disco magnético nas duas direções, sem forçar em demasia e sem deixar que ele ultrapasse a altura de 3cm;
7. Repita o experimento do passo 6 para um valor de k_d quatro vezes maior do que o ajustado no passo 2. Pode-se observar o aumento no amortecimento (t)? A que se deve atribuir o aumento do amortecimento viscoso observado no sistema (t)?
8. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir modificações nos valores de k_p e k_d no programa. Selecione agora $k_p = 0,35$ e $k_d = 0$. Segure o disco magnético a aproximadamente 2 cm da bobina # 1, em seguida selecione **Implement Algorithm**;
9. Movimente manualmente o disco magnético nas duas direções, sem forçar em demasia e sem deixar que ele ultrapasse a altura de 3cm. Depois dobre o valor do ganho k_p .
10. Qual é a natureza da força que se opõe ao movimento nos experimentos em 6 e 7 (t)? E a dos experimentos em 8 e 9 (t)?

6.2.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (13) e (14), projete controladores P&D (isto é, determine os valores de k_p e k_d) para obter uma frequência natural $\omega_n = 8\pi$ rad e amortecimentos 1) $\xi = 0,2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 0,707$ (sub-amortecido) e 3) $\xi = 1,0$ (criticamente amortecido) (t);

²A variável **Q10** está associada no programa `exp3.a1g` ao valor incremental da saída $= y_1^*$.

12. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo `exp3.a.lg` através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para implementar o controlador sub-amortecido. Em seguida selecione **Implement Algorithm**;
13. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step** e **Unidirectional Move**. Ajuste um degrau com amplitude de **10000** counts, dwell time=**1000** ms;
14. Execute a trajetória e plote no mesmo gráfico a trajetória comandada (**Commanded Position 1**) e a trajetória de saída (**Variable Q10**)  ;
15. Repita os passos 12 e 14 para os outros dois casos. Plote os gráficos   ;
16. Projete um controlador P&D para atender às seguintes especificações de desempenho: $10\% \leq M_p \leq 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0,2$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime – critério de 5%)  . O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \quad (\text{em } \%)$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de } 5\%),$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida  com a esperada teoricamente  .

6.3 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo, calcule k_i tal que $k_i k_s = 800$ N-m/s. Simule o controlador com este valor de k_i e os valores de k_p e k_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

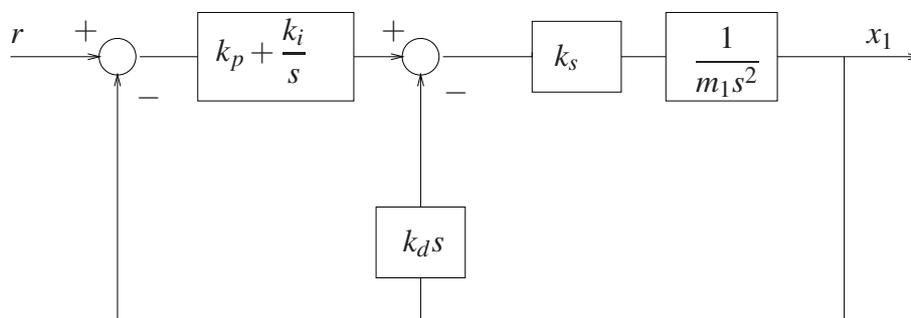


Figura 18: Controle em malha fechada do sistema com um disco.

2. Dobre o valor de k_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($k_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema ?

3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

Referências

- [1] P. A. V. Ferreira. Introdução aos sistemas de controle. Notas de aula do Prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ea722/rotaula0.pdf>.
- [2] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6 edition, 2009.
- [3] J. C. Geromel and A. G. B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaio Práticos e Exercícios*. Blucher, São Paulo, SP, 2004.
- [4] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3 edition, 1998.
- [5] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 505 – Inverted Pendulum*, 1994.
- [6] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 220 – Industrial Emulator/Servo Trainer*, 1995.
- [7] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 205/205a – Torsional Control System*, 1997.
- [8] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 210/210a – Rectilinear Control System*, 1998.
- [9] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System*, 1999.