

## Experiência 1:

### Fundamentos de Realimentação: Simulação dos Modelos do ECP em Malha Fechada

4 de agosto de 2017

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Emulador Industrial</b>	<b>2</b>
2.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	4
2.2	Procedimento de simulação . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Sistema Retilíneo</b>	<b>7</b>
3.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	8
3.2	Procedimento de simulação . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Sistema Torcional</b>	<b>12</b>
4.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	13
4.2	Procedimento de simulação . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Pêndulo Invertido</b>	<b>17</b>
5.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	19
5.2	Procedimento de simulação . . . . .	20
<b>6</b>	<b>Levitador Magnético</b>	<b>23</b>
6.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	26
6.2	Procedimento de simulação . . . . .	27

## 1 Introdução

O objetivo desta experiência inicial é o estudo preliminar de sistemas de controle através da simulação dos modelos dos sistemas “Educational Control Products”(ECP). Nesta experiência verifica-se qualitativamente as vantagens da realimentação, do ponto de vista de rastreamento do sinal de referência, denominado *comportamento servo* do sistema controlado; e de atenuação de sinais de distúrbios que possam atingir o sistema, conhecido como *comportamento regulador* do sistema controlado.

Com base nos modelos linearizados serão feitos projetos de controladores simples: em malha aberta e em malha fechada do tipo proporcional. O desempenho quanto ao comportamento servo e regulador serão comparados via simulação, observando estas propriedades fundamentais de sistemas de controle. O controle em malha fechada é realizado através de um controlador simples, do tipo proporcional, e o amortecimento do sistema é aumentado através de

realimentação de velocidade, que simula matematicamente uma alteração da viscosidade do meio onde ocorrem os movimentos. Também o efeito de um pré-filtro adicional sobre a resposta ao degrau do sistema em malha aberta é estudado.

As simulações servem como ferramenta auxiliar e guia para os projetos de controle a ser implementados nos sistemas ECP nas próximas experiências desta disciplina, cujo objetivo é a implementação de vários algoritmos de controle e o estudo da sua eficácia, dependendo da aplicação a que se destina.

Essa experiência deve ser acompanhada pela leitura do texto [1], para a revisão dos conceitos essenciais ao aproveitamento dessa disciplina; os quais sejam:

1. Funções de transferência [1, sec.1];
2. Diagramas e álgebra de blocos [1, sec.2];

além da introdução dos seguintes conceitos básicos:

1. Sistemas de controle em malha aberta e malha fechada [1, sec.3];
2. Redução de sensibilidade aos parâmetros da planta [1, sec.4.1];
3. Redução de sensibilidade a perturbações na saída [1, sec.4.2].

## 2 Emulador Industrial

Para o sistema emulador industrial demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem perturbações na planta. O emulador industrial deverá estar configurado da seguinte maneira:

- Discos de atuação e carga conectados pelo dispositivo SR;
- Relação de engrenagens 4:1 (24 dentes na atuação e 36 dentes na carga). Correias # 140 e # 260;
- Nenhuma inércia adicional sobre os discos.

Para outras configurações que serão adotadas em futuras experiências bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo, bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$\begin{cases} J_d^* \ddot{\theta}_1 + c_d^* \dot{\theta}_1 = T_d \\ \theta_2 = \frac{\theta_1}{gr} \end{cases} \quad (1)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{s(J_d^*s + c_d^*)} \quad (2)$$

onde  $k_{hw}$  é o ganho de hardware do emulador e  $J_d^*$  e  $c_d^*$  são, respectivamente, o momento de inércia e o atrito viscoso equivalentes na configuração adotada:

$$J_d^* = J_d + J_l(gr)^{-2}, \quad c_d^* = c_d + c_l(gr)^{-2},$$

onde  $J_d$  e  $J_l$  são os momentos de inércias dos discos de atuação e de carga,  $c_d$  e  $c_l$  são os coeficientes de atrito viscoso dos discos de atuação e de carga e  $gr$  é a relação de engrenagens.

Observe que as expressões acima refletem os parâmetros  $J_l$  e  $c_l$  da carga para a atuação. Além disso, como os atritos viscosos naturais dos discos ( $c_d, c_l$ ) são muito pequenos, o atrito viscoso equivalente  $c_d^*$  também será bem pequeno. Nesta experiência, o amortecimento da planta será alterado artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado na Figura 1.

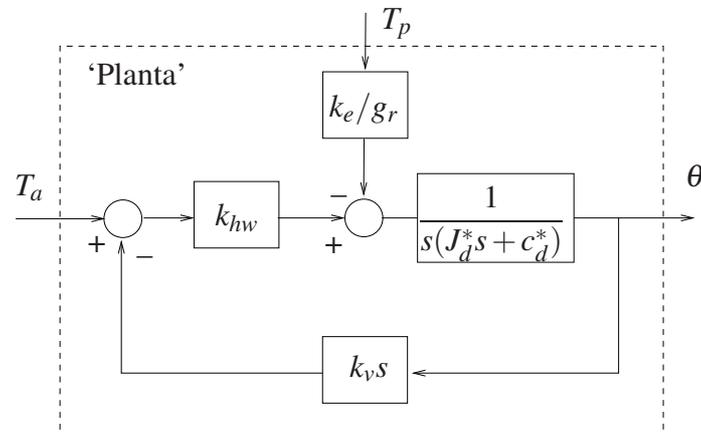


Figura 1: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $T_a$ : torque de acionamento (entrada servo);  $T_p$ : torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 2.

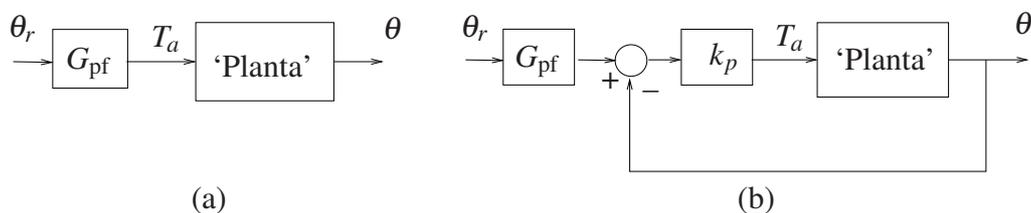


Figura 2: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $\theta_r$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $k_p$ : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo ( $T_a$ ) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação  $T_p$  é em geral inacessível. A variável  $\theta_r$  é o valor de referência para a variável de saída  $\theta$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir da Figs. 1 e 2 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $T_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $T_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito sinal de perturbação  $T_p$  na saída  $\theta$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $\theta_r$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = \theta_r(t) - \theta(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 2.b, gerando um torque de acionamento definido por  $T_a(t) = k_p e(t)$ .

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (3)$$

onde  $E(s) = \theta_r(s) - \theta(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

## 2.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos (g), (t), (d) e (s) indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência  $\theta(s)/T_a(s)$  da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 1 para o problema do servo, será

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw} k_v) s} \quad (4)$$

sendo que  $T_a$  é o torque gerado pelo controlador (t) (5pt).

2. Mostre que função de transferência  $\theta(s)/T_p(s)$  da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional”, da Figura 1 para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{-k_e / g_r}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw} k_v) s} \quad (5)$$

sendo que  $T_p$  é o torque gerado motor de distúrbio (t) (5pt). Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso  $c_d^*$  pode ser aumentado através da escolha de  $k_v$ .

3. Faça um programa Matlab (s) (5pt) utilizando os parâmetros do emulador industrial que, ao ser executado, mostra as seguintes informações na tela:
  - (a) a função de transferência da “planta compensada” para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$ , ilustrada na Figura 1. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`. O fato de  $G'_{ps}(0)$  ser infinito tem qual implicação no erro em regime permanente (t) (5pt)?
  - (b) a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$ , ilustrada na Figura 1. O ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .
  - (c) para o problema servo, a função de transferência de malha fechada de acordo com a Figura 2 (b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab `feedback` com  $k_p = 0,12$ .
  - (d) para o problema servo, os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha aberta (com  $G_{pf} = 1$ ) e em malha fechada para uma entrada  $\theta_r$  em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (3) (t) (5pt).
  - (e) para o problema servo, as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta (g) (5pt) e em malha fechada (g) (5pt). No Matlab utilize a função `step`.

<b>Parâmetros do Emulador:</b>	$g_r = 4,$	$k_{hw} = 5,7669 \text{ (N-m/rad)}$
	$J_l = 0,0063,$	$J_d = 4,0742e-004 \text{ (kg-m}^2\text{)}$
	$c_l = 0,005,$	$c_d = 7,3811e-004 \text{ (N-m/rad/seg)}$
	$k_v = 0,005 \text{ (N-m/rad/seg),}$	$k_e = 16000/2\pi \text{ (counts/rad)}$

## 2.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência são realizados ensaios sobre as simulações de **resposta ao degrau** para as duas formas de controle apresentadas a seguir:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 2 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime, uma vez que pela equação (3) este erro tende para infinito, conforme verificado em 3 (e). A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf}s}{1 + 0,01s}$$

onde  $k_{pf}$  é uma constante.

- **Controle em malha fechada.** (vide Figura 2 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .

4. Determine a expressão de  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t) (5pt), e implemente esse valor no script desenvolvido no item 3.
5. No controle em malha fechada, fixe  $k_{pf} = 1$  e varie o valor de  $k_p$  em torno do valor 0,12 e observe o erro de regime (use o comando `step`). Repita o procedimento fixando  $k_p = 0,12$  e variando  $k_{pf}$  em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de  $k_p$  e  $k_{pf}$  para o controle em malha fechada e explique o comportamento observado nas simulações (t) (5pt).

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos ensaios em malha aberta, utiliza-se primeiro a conexão clássica e em seguida, uma conexão com pré-filtro. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada frente a um degrau de distúrbio na carga são também investigados.

6. Faça um programa Simulink (d) (5pt) do emulador de acordo com a configuração definida na Seção 2, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programas Simulink `arquivo.mdl`;
7. Considere uma entrada um pulso de **8000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 8000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com  $T_s=0,00442$  s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de  $k_v = 0,005$ . Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado (com  $k_{pf} = 1$ ) tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho  $k_p$  é definido inicialmente como  $k_p = 0,03$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada;
9. Numa mesma figura, plote a posição comandada (sinal de referência  $\theta_r$ ) e a saída de posição para controle em malha aberta (g) (5pt). Faça o mesmo para o controle em malha fechada (g) (5pt).
10. Para o controle em malha aberta, ajuste o valor de  $k_{pf}$  de acordo com o cálculo realizado no item (4). Repita o item 9 (g) (5pt).

11. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional  $k_p$ , utilizando os valores  $k_p = \{0,06; 0,12; 0,18; 0,24\}$ ; e se necessário recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída (t) (5pt). Forneça um único gráfico contendo as respostas de todos os valores de  $k_p$  (g) (5pt).
12. Com o objetivo de avaliar o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada, simule um torque de distúrbio na carga . Considere um pulso de amplitude **0,65** [N-m], com duração de **1000 ms** (500 ms no valor 0,65 e 500 ms no valor -0,65) e **4** repetições. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações dos itens **10** (g) (5pt) e **11** (um único gráfico contendo os casos  $k_p = \{0,06; 0,12; 0,18; 0,24\}$  (g) (5pt)).
  - (a) O que pode ser afirmado sobre os comportamentos observados (diferenças) entre as respostas de malha aberta e fechada? Foram coerentes com a teoria? Comente livremente (t) (5pt).
  - (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento progressivo do ganho de malha produzido por  $k_p$  (t) ?
  - (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada (t) .

### 3 Sistema Retilíneo

Para o sistema retilíneo demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será a mola conectada entre o carro #1 e um obstáculo rígido. O sistema retilíneo deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Mola de dureza **média** conectando o atuador ao carro #1;
- Quatro massas de 500 g sobre o carro #1
- Carro #2 desconectado do carro #1.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = F(t) \quad (6)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m_1s^2 + c_1s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (7)$$

onde

$k_{hw}$ – ganho de hardware	$c_1$ – atrito viscoso do sistema
$m_1$ – massa total do sistema	$k_1$ – constante de mola da mola média
$m_{c1}$ – massa do carro #1	$F$ – força aplicada através do motor
$m_{w1}$ – massa sobre o carro #1	

Como o atrito viscoso inicial do carro #1 ( $c_1$ ) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema em malha fechada da Figura 3.

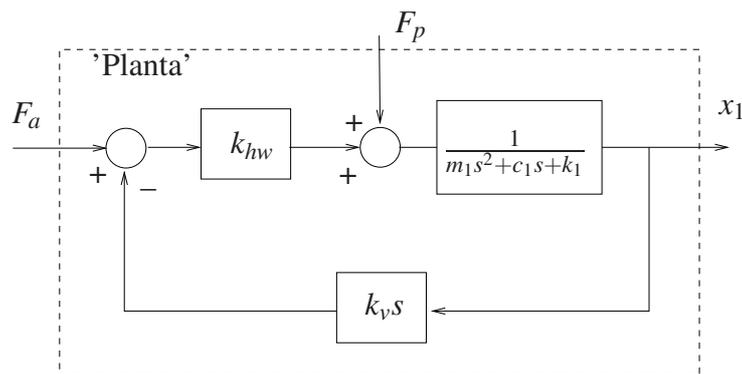


Figura 3: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $F_a$ : força de acionamento (entrada servo);  $F_p$ : força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 4.

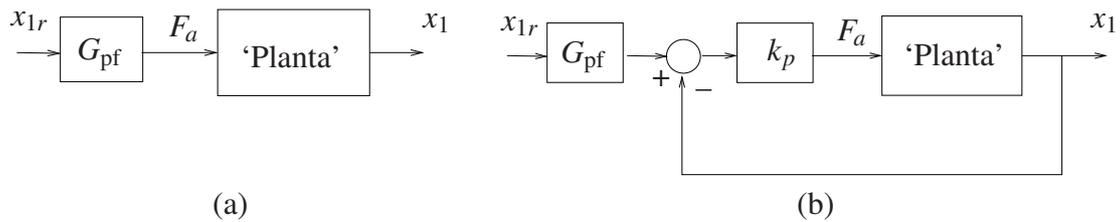


Figura 4: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $x_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $k_p$ : ganho do controlador proporcional.

A variável  $x_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $x_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo ( $F_a$ ), enquanto a entrada de perturbação  $F_p$  é em geral inacessível para o controle.

A partir da Figs. 3 e 4 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $F_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $F_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito sinal de perturbação  $F_p$  na saída  $x_1$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $x_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 4.b, gerando uma força de acionamento definida por  $F_a(t) = k_p e(t)$ .

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (8)$$

onde  $E(s) = X_{1r}(s) - X_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

Para o sistema retilíneo a entrada de perturbação  $F_p$  não é disponível<sup>1</sup>. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal  $F_p(t)$ ) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

### 3.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência  $X_1(s)/F_a(s)$  (problema servo) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 3, utilizando a mola média ( $k_1$ ), é

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw}k_v)s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (9)$$

<sup>1</sup>Seria possível produzir uma perturbação  $F_p$  aplicando manualmente uma força ao carrinho. Contudo, essa força não seria mensurável com a presente instrumentação.

em que  $F_a$  é a força de acionamento gerada pelo controlador ① (5pt). Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso  $c_1$  pode ser aumentado por meio da escolha de  $k_v$  e, para a simulação da perturbação,  $k_1$  deve ser substituído por  $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$ , sendo  $\Delta k_1$  a diferença entre a mola trocada e a mola inicial.

2. Mostre que função de transferência  $X_1(s)/F_p(s)$  (problema de regulação) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 3, com a mola média é ① (5pt)

$$G'_{p_r}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (10)$$

sendo que  $k_1$  deve ser substituído por  $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$  na simulação da perturbação.

3. Elabore um script em Matlab ⑤ (10pt) utilizando os parâmetros do retilíneo que, ao ser executado, mostra as seguintes informações na tela:

- a função de transferência da “planta compensada” para o problema servo (desenvolvida no item 1)  $G'_{p_s}(s)$  quando  $k_1^* = k_1$  (valor nominal) e  $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$  (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência  $G'_{p_s}(0)$  e  $G'_{p_s^*}(0)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
- a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador (desenvolvida no item 2),  $G'_{p_r}(s)$  quando  $k_1^* = k_1$  (valor nominal) e  $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$  (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência  $G'_{p_r}(0)$  e  $G'_{p_r^*}(0)$ .
- as diferenças entre  $G'_{p_s}(0)$  com  $G'_{p_s^*}(0)$ , e  $G'_{p_r}(0)$  com  $G'_{p_r^*}(0)$ .
- para o problema servo, as funções de transferência de malha aberta  $G_a(s)$  e  $G_a^*(s)$  (use  $G_{pf} = 1$ ) e malha fechada  $G_f(s)$  e  $G_f^*(s)$  (use  $G_{pf} = 1$  e  $k_p = 0,12$ ). Utilize a função Matlab `feedback` para simplificar a malha de realimentação.
- para o problema servo, os valores dos erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para entrada  $x_{1r}$  degrau unitário, considerando tanto  $k_1$  como  $k_1^*$ . Utilize a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (8) ① (5pt).
- as respostas ao degrau dos sistemas (considerando  $k_1$  e  $k_1^*$ ) em malha aberta ⑥ (5pt) e em malha fechada ⑥ (5pt). No Matlab utilize a função `step`.

<b>Parâmetros do Retilíneo:</b>	$k_{hw} = 14732 \text{ N/m}$	$\Delta k_1 = 361,4 \text{ N/m}$
	$m_{c1} = 0,778 \text{ kg}$ ,	$c_1 = 2,94 \text{ N/m/seg}$
	$m_{w1} = 4 \times 0,500 \text{ kg}$ ,	$k_v = 0,005 \text{ N/m/seg}$
	$k_1 = 338,6 \text{ N/m}$	

### 3.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência são realizados ensaios sobre as simulações de **resposta ao degrau** para as duas formas de controle apresentadas a seguir:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 4 (a)) Neste caso o pré-filtro tem a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .

- **Controle em malha fechada.** (vide Figura 4 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
4. Determine a expressão de  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t) (5pt), e implemente o valor obtido no script desenvolvido no item 3 (estava  $k_{pf} = 1$ ).
  5. Determine a expressão de  $k_{pf}$  como função de  $k_p$  tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo (t) (5pt). No script desenvolvido no 3, ajuste o valor de  $k_{pf}$  como função de  $k_p$ .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola ( $k_1$ ) são também investigados.

6. Faça um programa Simulink (d) (5pt) do sistema retilíneo de acordo com a configuração definida na Seção 3, a partir das funções de transferências já obtidas em 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programa Simulink *arquivo.mdl*;
7. Considere uma entrada um pulso de **3000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 3000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com  $T_s=0,00442$  s. O amortecimento adicional da planta é introduzido por meio de  $k_v = 0,005$ . Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado (com  $k_{pf} = 1$ ) tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho  $k_p$  é definido inicialmente como  $k_p = 0,03$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada;
9. Numa mesma figura, plote a posição comandada (sinal de referência  $x_{1r}$ ) e a saída de posição para controle em malha aberta (g) (5pt). Faça o mesmo para o controle em malha fechada (g) (5pt).
10. Para o controle em malha aberta, ajuste o valor de  $k_{pf}$  de acordo com o cálculo realizado no item (4). Repita o item 9 (g) (5pt).
11. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional  $k_p$ , utilizando os valores  $k_p = \{0,03, 0,06, 0,12, 0,24\}$  e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste (de acordo com o item 5). Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída (t) (5pt). Forneça um único gráfico contendo as respostas de todos os valores de  $k_p$  (g) (5pt).
12. Simule a substituição da mola de dureza média pela de maior dureza (700 N/m), e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados, inclusive os parâmetros de controles de malha aberta e malha fechada ( $k_{pf}$  e  $k_p$ ). Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações do item 10 (g) (5pt) e 11 (um único gráfico contendo os casos  $k_p = \{0,03, 0,06, 0,12, 0,24\}$  (g) (5pt)).

- 
- (a) O que pode ser afirmado sobre os comportamentos observados (diferenças) entre as respostas de malha aberta e fechada diante do distúrbio na carga? Foram coerentes com a teoria? Comente livremente (t) (5pt).
- (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento progressivo do ganho de malha produzido por  $k_p$  (t) (5pt)?
- (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada (t) (5pt).

## 4 Sistema Torcional

Para o sistema torcional demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será o valor da mola torcional conectada entre o disco #1 e um obstáculo rígido. O sistema torcional deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Discos #1 e #2 conectados à mola torcional;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: quatro massas de 500 g posicionadas a 9,0 cm do centro do disco;
- Disco #2 travado.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$J_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = T(t) \quad (11)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (12)$$

onde<sup>2</sup>

$k_{hw}$ – ganho de hardware	$c_1$ – atrito viscoso do sistema
$J_1$ – momento de inércia total do sistema	$k_1$ – constante de mola do sistema
$J_{d1}$ – momento de inércia do disco #1	$T$ – Torque aplicado pelo motor
$J_w$ – momento de inércia sobre o disco #1	

Como o atrito viscoso inicial do disco #1 ( $c_1$ ) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema de controle em malha fechada da Figura 5.

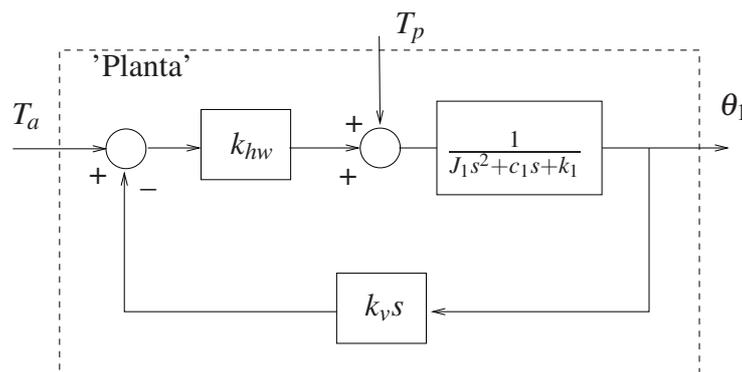


Figura 5: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $T_a$ : torque de acionamento (entrada servo);  $T_p$ : torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também

<sup>2</sup>A contribuição de cada massa adicional ao momento de inércia é  $(md^2 + \frac{1}{2}mr^2)$  onde  $d$  é a distância dos pesos de massa  $m = 0,5$  [kg] ao centro do disco, e  $r = 4,95/2$  [cm] é raio destes pesos. Portanto  $J_w = 4 \times (md^2 + \frac{1}{2}mr^2)$ .

chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 6.

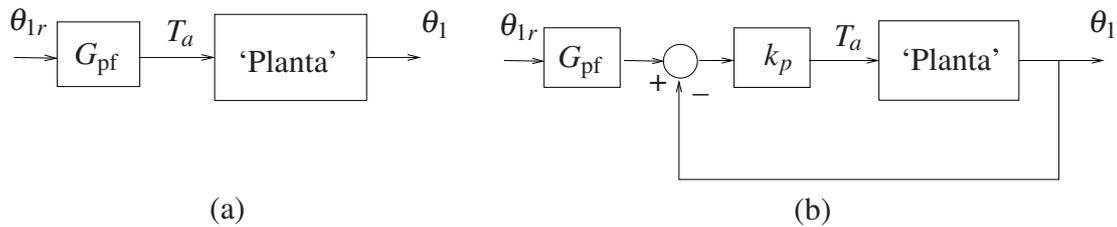


Figura 6: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $\theta_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $k_p$ : ganho do controlador proporcional.

A variável  $\theta_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $\theta_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo ( $T_a$ ), enquanto a entrada de perturbação  $T_p$  é em geral inacessível para o controle.

A partir da Figs. 5 e 6 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $T_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $T_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito sinal de perturbação  $T_p$  na saída  $\theta_1$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $\theta_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = \theta_{1r}(t) - \theta_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 6.b, gerando um torque de acionamento definida por  $T_a(t) = k_p e(t)$ .

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (13)$$

onde  $E(s) = \theta_{1r}(s) - \theta_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

Para o sistema torcional a entrada de perturbação  $T_p$  não é disponível<sup>3</sup>. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal  $T_p(t)$ ) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

## 4.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos , , e indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

<sup>3</sup>Seria possível produzir uma perturbação  $T_p$  aplicando manualmente um torque ao disco. Contudo, esse torque não seria mensurável com a presente instrumentação.

1. Mostre que função de transferência  $\theta_1(s)/T_a(s)$  (problema servo) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 5, utilizando a mola torcional ( $k_1$ ) é

$$G'_{p_s}(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (14)$$

sendo que  $T_a$  é o torque de acionamento gerado pelo controlador (t) (5pt). Para a simulação da perturbação, a constante de mola alterada  $k_1^*$  é dada pela associação (obtida pela retirada do disco #2) de  $k_1$  com  $k_3$ , ou seja

$$\frac{1}{k_1^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \quad (15)$$

Finalmente, note que o coeficiente associado ao atrito viscoso  $c_1$  pode ser aumentado por meio da escolha de  $k_v$ .

2. Mostre que função de transferência  $\theta_1(s)/T_p(s)$  (problema de regulação) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 5, utilizando a mola torcional ( $k_1$ ) é (t) (5pt)

$$G'_{p_r}(s) = \frac{1}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (16)$$

e no caso da simulação com perturbação, troca-se  $k_1$  por  $k_1^*$ .

3. Elabore um script em Matlab (S) (10pt) utilizando os parâmetros do torcional que, ao ser executado, mostra as seguintes informações na tela:
- a função de transferência da “planta compensada” para o problema servo (desenvolvida no item 1)  $G'_{p_s}(s)$  com  $k_1$  (valor nominal) e  $k_1^*$  (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência  $G'_{p_s}(0)$  e  $G'_{p_s^*}(0)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
  - a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador (desenvolvida no item 2),  $G'_{p_r}(s)$  com  $k_1$  (valor nominal) e  $k_1^*$  (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência  $G'_{p_r}(0)$  e  $G'_{p_r^*}(0)$ .
  - as diferenças entre  $G'_{p_s}(0)$  com  $G'_{p_s^*}(0)$ , e  $G'_{p_r}(0)$  com  $G'_{p_r^*}(0)$ .
  - para o problema servo, as funções de transferência de malha aberta  $G_a(s)$  e  $G_a^*(s)$  (use  $G_{pf} = 1$ ) e malha fechada  $G_f(s)$  e  $G_f^*(s)$  (use  $G_{pf} = 1$  e  $k_p = 0,12$ ). Utilize a função Matlab `feedback` para simplificar a malha de realimentação.
  - para o problema servo, os valores dos erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para entrada  $x_{1r}$  degrau unitário, considerando tanto  $k_1$  como  $k_1^*$ . Utilize a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (13) (t) (5pt).
  - as respostas ao degrau dos sistemas (considerando  $k_1$  e  $k_1^*$ ) em malha aberta (g) (5pt) e em malha fechada (g) (5pt). No Matlab utilize a função `step`.

**Parâmetros do Torcional:**

$$\begin{aligned} k_{hw} &= 17,57 \text{ (N-m/rad)}, & k_1 &= 2,684 \text{ N-m/rad}, \\ J_{d1} &= 2,38e-3 \text{ kg-m}^2, & k_3 &= 2,602 \text{ N-m/rad}, \\ c_1 &= 7,6e-3 \text{ N-m/rad/seg}, & k_v &= 2,5e-2 \text{ N-m/rad/seg}. \end{aligned}$$

## 4.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência são realizados ensaios sobre as simulações de **resposta ao degrau** para as duas formas de controle apresentadas a seguir:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 6 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
  - **Controle em malha fechada.** (vide Figura 6 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
4. Determine a expressão de  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t) (5pt), e implemente o valor obtido no script desenvolvido no item 3 (estava  $k_{pf} = 1$ ).
  5. Determine a expressão de  $k_{pf}$  como função de  $k_p$  tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo (t) (5pt). No script desenvolvido no 3, ajuste o valor de  $k_{pf}$  como função de  $k_p$ .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola ( $k_1$ ) são também investigados.

6. Faça um programa Simulink (d) do sistema torcional de acordo com a configuração definida na Seção 4, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programa Simulink *arquivo.mdl*;
7. Considere uma entrada um pulso de **1000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 1000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com  $T_s=0,00442$  s. O amortecimento adicional da planta é introduzido por meio de  $k_v = 0,025$ . Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado (com  $k_{pf} = 1$ ), tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho  $k_p$  é definido inicialmente como  $k_p = 0,12$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada;
9. Numa mesma figura, plote a posição comandada (sinal de referência  $\theta_{1r}$ ) e a saída de posição para controle em malha aberta (g) (5pt). Faça o mesmo para o controle em malha fechada (g) (5pt).
10. Para o controle em malha aberta, ajuste o valor de  $k_{pf}$  de acordo com o cálculo realizado no item (4). Repita o item 9 (g) (5pt).
11. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional  $k_p$ , utilizando os valores  $k_p = \{0,12,0,24,0,48,0,96\}$  e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste (de acordo com o item 5). Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída (t) (5pt). Forneça um único gráfico contendo as respostas de todos os valores de  $k_p$  (g) (5pt).

12. Simule a alteração da mola nominal (curta) retirando o disco #2<sup>4</sup>, e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações do item 10 (g) (5pt) e 11 (um único gráfico contendo os casos  $k_p = \{0, 12, 0, 24, 0, 48, 0, 96\}$  g) (5pt).
- (a) O que pode ser afirmado sobre os comportamentos observados (diferenças) entre as respostas de malha aberta e fechada diante do distúrbio na carga? Foram coerentes com a teoria? Comente livremente t) (5pt).
  - (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento progressivo do ganho de malha produzido por  $k_p$  t) (5pt)?
  - (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada t) (5pt).

---

<sup>4</sup> Os segmentos de mola torcional entre os discos #1 e #2, e entre os discos #2 e #3 tem os valores de constante de torção  $k_1$  e  $k_3$ , respectivamente. Assim a mola total entre os discos #1 e #3 passa a ter rigidez dada pela equação (15).

## 5 Pêndulo Invertido

Para o pêndulo invertido demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O modelo não linear do pêndulo invertido foi apresentado na Experiência<sup>34</sup>, seção 2.1.4. da disciplina EA619. Reproduzimos abaixo, através das equações (17) e (18), o referido modelo, acrescentando a ação do atrito viscoso  $c_1$  entre a barra deslizante e o ar.

$$\bar{J}(\ddot{x} + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}) - J^*x\dot{\theta}^2 - 2m_1\ell_o x\dot{\theta} + (m_2\ell_o\ell_c - \bar{J})g \sin \theta + m_1\ell_o g x \cos \theta = \frac{J^*}{m_1}F(t) \quad (17)$$

$$\bar{J}\ddot{\theta} + c_r\dot{\theta} + 2m_1x\dot{\theta} + m_1\ell_o x\dot{\theta}^2 - m_2\ell_c g \sin \theta - m_1g x \cos \theta = -\ell_o F(t) \quad (18)$$

Como já visto, as equações (17) e (18) caracterizam um sistema intrinsecamente não-linear, e linearizações em torno do ponto de equilíbrio  $\theta_e = x_e = 0$  são necessárias para obter-se modelos lineares válidos. O modelo linearizado nesse ponto de equilíbrio é descrito pelas equações

$$\bar{J}(\ddot{x} + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}) + m_1\ell_o g x + (m_2\ell_o\ell_c - \bar{J})g\theta = \frac{J^*}{m_1}F(t) \quad (19)$$

$$\bar{J}\ddot{\theta} + c_r\dot{\theta} - m_1g x - m_2\ell_c g\theta = -\ell_o F(t) \quad (20)$$

onde

$$m_1 = m_{1o} + m_{w1}$$

$$m_2 = m_{2o} + m_{w2}$$

$$\ell_c = (m_{w2}\ell_{w2} + m_{2o}\ell_{co})/m_2$$

$$\bar{J} = J_0^* + m_{w2}(\ell_{w2})^2$$

$$J^* = J_0^* + m_1\ell_o^2 + m_{w2}(\ell_{w2})^2$$

e

$x$ : deslocamento linear da haste deslizante,

$\theta$ : deslocamento angular da haste principal,

$F(t)$ : força aplicada à haste deslizante,

$m_{1o}$ : massa da haste deslizante,

$m_{w1}$ : massa dos pesos na haste deslizante ("orelhas"),

$\ell_o$ : distância com sinal da haste deslizante ao pivot,

$m_{w2}$ : massa do contrapeso,

$\ell_{w2}$ : distância com sinal do centro de massa do contrapeso ao pivot (ajustável),

$m_{2o}$ : massa da haste principal,

$\ell_{co}$ : distância com sinal do centro de massa da haste principal ao pivot,

$J_0^*$ : momento de inércia do pêndulo (sem a haste deslizante e contrapeso),

$c_1$ : coeficiente de atrito viscoso entre a haste deslizante e o ar,

$c_r$ : coeficiente de atrito viscoso entre a haste rotacional e o ar.

O pêndulo invertido deverá estar na **configuração estável**, isto é, a distância do contra-peso ao ponto de pivoteamento deve ser de **10 cm**<sup>5</sup>. Os pesos nas extremidades da haste deslizante também deverão estar presentes. Esta configuração permitirá que o pêndulo retorne à posição de equilíbrio  $x_e = 0$ ,  $\theta_e = 0$  após pequenos deslocamentos da haste.

Nesta experiência, considera-se apenas o controle proporcional de posição da haste deslizante do pêndulo inicialmente sem presença de distúrbio e depois com a presença de uma força

<sup>5</sup>Esta posição do contrapeso corresponde a um valor de  $\ell_{w2} = -13,75$  cm.

de distúrbio. Para isso vamos considerar, numa primeira etapa, a **Haste Rotacional Travada**, ou seja, haverá movimento somente da haste deslizante. Numa segunda etapa o movimento da Haste Rotacional será liberado e com isso observa-se que devido a uma ligeira inclinação desta a Haste Deslizante estará sob a ação de uma força adicional, com relação ao **Caso Travado** e que vamos considerar, nesta experiência particularmente, como força de distúrbio  $F_p(t)$  ao movimento livre da haste deslizante.

Observe que na situação **Haste Rotacional Travada** teremos  $\theta \equiv 0$ ,  $\dot{\theta} \equiv 0$  e  $\ddot{\theta} \equiv 0$ . Nesta situação pode-se deduzir das equações (19) e (20) que o movimento da Haste Deslizante é descrito pela equação (21).

$$m_1\ddot{x} + c_1\dot{x} = F(t) \quad (21)$$

Na situação **Haste Rotacional Destravada** a ação do distúrbio  $F_p(t)$  transforma a equação (21) em

$$m_1\ddot{x} + c_1\dot{x} = F_a(t) + F_p(t) \quad (22)$$

A função de transferência do **comportamento do servo** será então

$$G_p(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k_{hw}}{m_1s^2 + c_1s}, \quad k_{hw} = k_s k_f k_x \quad (23)$$

onde

$F(s)$  – força aplicada à haste

$X(s)$  – deslocamento linear da haste

$k_{hw}$  – ganho de hardware

$m_1$  – massa da haste deslizante incluindo as “orelhas”

Para diminuir o comportamento oscilatório da haste, e melhor ressaltar o efeito do distúrbio, introduz-se alterações no amortecimento na planta artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado diagrama da Figura 7. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado “simulando-se matematicamente uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre”.

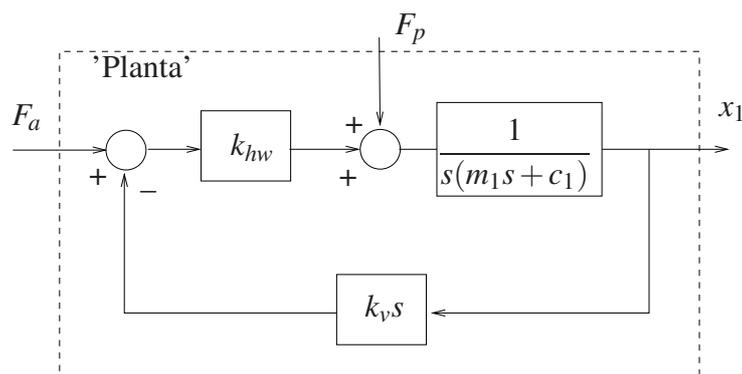


Figura 7: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $F_a$ : força de acionamento (entrada servo);  $F_p$ : força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 8.

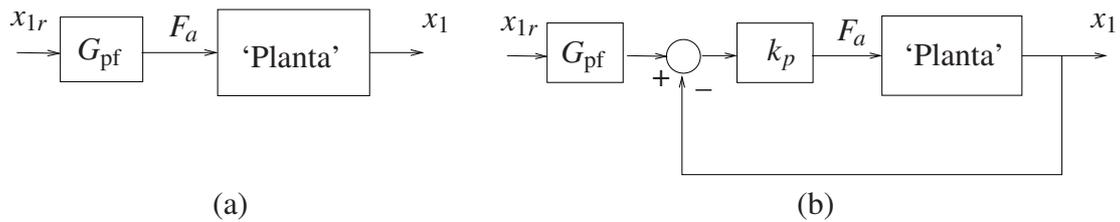


Figura 8: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $x_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $k_p$ : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo ( $F_a$ ) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação  $F_p$  é em geral inacessível. A variável  $x_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $x_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir da Figs. 7 e 8 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $F_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $F_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito sinal de perturbação  $F_p$  na saída  $x_1$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $x_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 8.b, gerando uma força de acionamento definida por  $F_a(t) = k_p e(t)$ .

No estudo de controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (24)$$

onde  $E(s) = \theta_r(s) - \theta(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

## 5.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos (g), (t), (d) e (s) indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Lembrete: As simulações a seguir dizem respeito ao sistema pêndulo invertido configurado com a haste rotacional travada.

1. Mostre que função de transferência  $X_1(s)/F_a(s)$  da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 7 para o problema do servo, é (t)

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s} \quad (25)$$

2. Mostre que função de transferência  $X_1(s)/F_p(s)$  da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional”, da Figura 7 para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s} \quad (26)$$

sendo que a simulação do aumento do atrito viscoso pode ser controlada através da escolha de  $k_v$  (t) .

3. Faça um programa Matlab (S) utilizando os parâmetros do pêndulo invertido, contendo:
- a função de transferência da “planta compensada” para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$ , ilustrada na Figura 7. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`. Qual o significado para o erro em regime permanente do valor de  $G'_{ps}(0)$  ser infinito (t) ?
  - a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$ , ilustrada na Figura 7. O ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .
  - a função de transferência de malha fechada,  $G_f(s)$ , de acordo com a Figura 8 (b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab `feedback` com  $k_p = 0,2$ .
  - os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada  $x_{1r}$  em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (24) (t) .
  - as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta (g) e em malha fechada (g) . No Matlab utilize a função `step`.

#### Parâmetros do Pêndulo:

$$\begin{aligned} J_0^* &= 0,024264 \text{ kg.m}^2 & \ell_{w2} &= -0,1375 \text{ m} \\ g &= 9,8 \text{ m/s}^2 & \ell_0 &= 0,33 \text{ m} \\ c_1 &= 0,2254 \text{ Ns/m} & k_a &= 2546 \\ c_r &= 0,0144 \text{ Nms/rad} & k_x &= 50200 \\ m_1 &= 0,2376 \text{ kg} & k_f &= 0,0013 \\ k_v &= 0,01 \text{ Ns/m} & k_s &= 32 \\ m_{w2} &= 1 \text{ kg} & k_{hw} &= k_s k_f k_x \text{ N/m} \\ m_{2o} &= 0,785 \text{ kg} & \ell_{co} &= 0,071 \text{ m} \end{aligned}$$

## 5.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações (entrada degrau) das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 8.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime para uma entrada em degrau, uma vez que pela função de transferência (25) este erro tende para infinito, conforme verificado no item 3 (e). A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf} s}{1 + 0,01s} \quad (27)$$

onde  $k_{pf}$  é uma constante.

- **Controle em malha fechada.** (vide Figura 8.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .

4. Determine a expressão de  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) . No programa Matlab da questão 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
5. No controle em malha fechada, fixe  $k_{pf} = 1$  e varie o valor de  $k_p$  em torno do valor 0,2 e observe o erro de regime. Repita o procedimento fixando  $k_p = 0,2$  e variando  $k_{pf}$  em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de  $k_p$  e  $k_{pf}$  .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos dois casos utiliza-se o pré-filtro para tentar anular o erro de regime. Em malha aberta o pré-filtro é dado pela equação (27), e em malha fechada  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .

Observe que nos modelos não-linear e linearizado sem travamento da haste rotacional, uma força gravitacional atua sobre a haste deslizante quando o ângulo  $\theta \neq 0$ . Considere essa força como um distúrbio atuando sobre o sistema (vide Figura 7).

6. Faça um programa Simulink  para simular o modelo linear do Pêndulo Invertido com a **Haste Rotacional Travada** de acordo com a equação (23). No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn;
7. Utilize um programa Simulink disponível no laboratório para simular o modelo não-linear do Pêndulo Invertido, de acordo com as equações (17) e (18). Para completar a malha de acionamento é preciso lembrar como estão distribuídos os ganhos de hardware  $k_f, k_s, k_x$  e  $k_a$ <sup>6</sup>; vide a Figura 9;

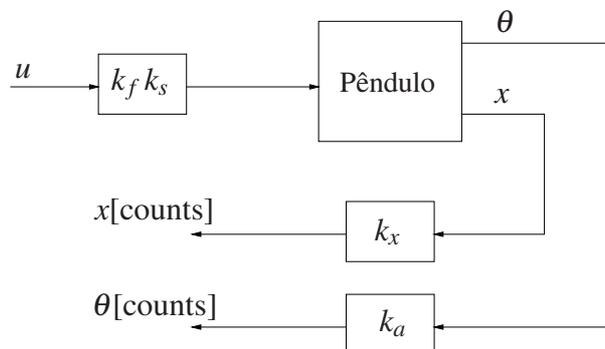


Figura 9: Diagrama de blocos para o modelo completo do Pêndulo (não-linear).

8. Faça um programa Simulink para simular o modelo linearizado , em torno do ponto  $x(0) = 0$ , de acordo com as equações (19) e (20). Inclua as constantes  $k_f, k_s, k_x$  e  $k_a$  como na Figura 9;
9. Utilize o programa Matlab contendo os parâmetros do sistema, feito na questão 3 como programa “monitor” para chamar os programas Simulink feitos nos itens 6, 7 e 8. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programas Simulink `arquivo.mdl`;
10. Considere como entrada pulsos, com amplitudes:

<sup>6</sup>Para maiores detalhes vide o roteiro da Experiência 3 da disciplina EA619 [http://www.dt.fee.unicamp.br/~ricfow/EA619/EA619\\_exp03.pdf](http://www.dt.fee.unicamp.br/~ricfow/EA619/EA619_exp03.pdf)

- (a) **500** [counts], com duração de **4000** ms (2000 ms no valor 500 e 2000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária,
- (b) **2000** [counts], com duração de **4000** ms (idem) e uma repetição em direção contrária;
11. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com  $T_s=0,001768$  s. Introduza nos três modelos utilizados, o atrito viscoso adicional através da realimentação de velocidade com  $k_v = 0,01$ . Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $k_p = 0,05$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ ;
12. Plote a saída de posição , e a posição comandada  ;
13. Introduza os seguintes valores para controlador proporcional,  $k_p = \{0, 1, 0, 2, 0, 4, 0, 8\}$  e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Repita os itens de **10** a **12** no que se refere ao controle em malha fechada;
14. Responda as questões:
- (a) As respostas em malha aberta obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Justifique  .
- (b) De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado quando o controle é feito em malha aberta e em malha fechada  ?
- (c) De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado pelo aumento do ganho de malha produzido por  $k_p$  no sistema de malha fechada e com relação à variação da posição comandada  .
- (d) Por que o erro de regime do controle em malha fechada do modelo não linear não é nulo? Comente a variação deste erro com relação à variação de  $k_p$  e da posição comandada  .

## 6 Levitador Magnético

Para o levitador magnético demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O levitador magnético deverá estar na configuração com um único disco (disco #1). O modelo não-linear que descreve o movimento do disco #1, quando há corrente tanto na bobina #1 como na bobina #2 é descrito na página 61 do Manual do ECP [?], e é apresentado a seguir, em unidades do MKS:

$$m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 = \frac{u_1}{a(k_s y_1 + b)^4} - \frac{u_2}{a(y_c - k_s y_1 + b)^4} - m_1 g \quad (28)$$

onde:

$m_1$ : é a massa do disco magnético #1, medido em [kg];

$c_1$ : é o coeficiente de atrito viscoso do disco #1 com o ar, medido em [Ns/m];

$y_1$ : é a altura do disco #1, medida em [m];

$u_1$ : é a corrente na bobina #1, medida em [A];

$u_2$ : é a corrente na bobina #2, medida em [A];

$y_c$ : é a distância entre as bobinas #1 e #2, medida em [cm];

$k_s$ : é a relação de metros para centímetros, ou seja,  $k_s = 100$ ;

$a$  e  $b$ : são constantes que descrevem as propriedades físicas do atuador.

**Observação Importante:** As constantes  $a$  e  $b$  foram determinadas na Experiência 4 da disciplina EA-617. Os valores são  $a = 8,8090e-005$  e  $b = 6,3690$ , quando as forças de interação magnética são medidas em [N], e a altura do disco é medida em [cm].

A compensação da não linearidade do sensor por calibração será utilizada nesta experiência, mas não a compensação da não linearidade do atuador. Com esta configuração pode-se assumir um modelo linearizado por série de Taylor, em torno de um ponto de operação  $y_{10}$ , conforme descrito em [?, Cap.5, p. 63]. Este modelo, quando considerado o ganho de calibração do sensor  $k_s$ , será dado pela seguinte equação diferencial, em unidades do MKS:

$$m_1\ddot{y}_1^* + c_1\dot{y}_1^* + k_1 y_1^* = k_{u_1} u_1^*(t) + k_{u_2} u_2^*(t) \quad (29)$$

onde:

$y_1^* = y_1(t) - y_{10}$ : é o desvio em torno do ponto de operação, medido em [m];

$u_1^* = u_1(t) - u_{10}$ : é o desvio de corrente, medido em [A], necessário para levar o disco até a referência de  $y_{10}$ , sendo  $u_{10}$  a corrente necessária para levar o disco até o ponto de operação  $y_{10}$  [m];

$u_2^* = u_2(t)$ : aqui a força de interação magnética gerada pela bobina #2 é vista como uma força de perturbação.

As constantes  $k_1$ ,  $k_{u_1}$  e  $k_{u_2}$  são as resultantes do desenvolvimento da equação (28) em série de Taylor e são dadas na forma,

$$k_1 = \frac{4k_s u_{10}}{a(k_s y_{10} + b)^5} \quad [N/m] \quad (30)$$

$$k_{u_1} = \frac{1}{a(k_s y_{10} + b)^4} \quad [N/A] \quad (31)$$

$$k_{u_2} = \frac{1}{a(y_c - k_s y_{10} + b)^4} \quad [N/A] \quad (32)$$

Introduz-se a seguir uma transformação de unidades a fim de compatibilizar as equações acima com o hardware do sistema ECP. É preciso considerar que o sistema ECP foi projetado para operar em unidade de [counts] tanto para as forças geradas por  $u_1$  e  $u_2$ , como para as posições especificadas dos discos #1 e #2, obtidas na forma de medidas calibradas dos sensores  $y_{1_{cal}}$  e  $y_{10_{cal}}$ , respectivamente. As relações entre [counts] e [N], e entre [counts]e[m] são dadas por

$$1[N] = 10^4[\text{counts}] \quad \text{e} \quad 1[m] = 10^4 k_s [\text{counts}]$$

Temos portanto que a relação entre a altura real  $y_1[m]$ , medida em metros, e a saída calibrada do sensor  $y_{1_{cal}}[\text{counts}]$ , medida em counts, será,

$$y_1[m] = \frac{y_{1_{cal}}[\text{counts}]}{10^4 k_s} \quad (33)$$

Substituindo a equação (33) nas equações (28) e (29) o sistema será representado em unidades do sistema ECP para o *modelo não-linear* como:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}} + c_1 \dot{y}_{1_{cal}} = \frac{k_s u_{1_{counts}}}{a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - \frac{k_s u_{2_{counts}}}{a(y_c - y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - k_s 10^4 m_1 g \quad (34)$$

Observe que, em regime permanente, a força necessária a ser aplicada ao disco magnético ( $u_{10_{counts}}$ ), conhecendo-se o ponto de equilíbrio desejado ( $y_{10_{cal}}$ ), é obtida fazendo o lado direito da equação (34) igual a zero, com  $u_{2_{counts}} = 0$ , resultando em:

$$u_{10_{counts}} = 10^4 a m_1 g \left( \frac{y_{10_{cal}}}{10^4} + b \right)^4 \quad (35)$$

vide a Figura 10.

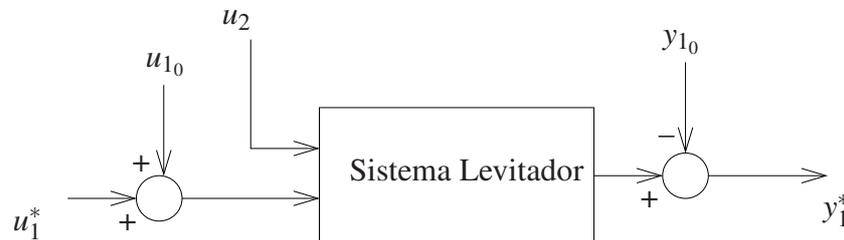


Figura 10: Sistema levitador com ajuste de operação no ponto de equilíbrio desejado  $y_{10}$ . Variáveis:  $u_1^*$  entrada incremental,  $y_1^*$  saída incremental.

Nas Experiências 1 e 2 utiliza-se o *modelo linearizado* do sistema por Taylor no ponto  $(u_{10}, y_{10})$ . A representação em torno deste ponto de operação é dada por:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}}^* + c_1 \dot{y}_{1_{cal}}^* + k_1 y_{1_{cal}}^* = k_{u_1} u_{1_{counts}}^* - k_{u_2} u_{2_{counts}}^* \quad (36)$$

onde<sup>7</sup>:

$$k_1 = \frac{4k_s u_{10}/10^4}{a(y_{10_{cal}}/10^4 + b)^5} \quad (37)$$

$$k_{u_1} = \frac{k_s}{a(y_{10_{cal}}/10^4 + b)^4} \quad (38)$$

$$k_{u_2} = \frac{k_s}{a((y_c - y_{10_{cal}})/10^4 + b)^4} \quad (39)$$

<sup>7</sup>As constantes  $k_1, k_{u_1}$  e  $k_{u_2}$  aqui são adimensionais

A equação (36) é uma das possíveis formas de representação linear do levitador, quando configurado com um único disco. Reforçando, esta representação levou em conta a calibração do sensor óptico para compensar a não linearidade deste medidor e a linearização por série de Taylor do modelo do atuador eletromagnético. São uma equações de 2a. ordem cuja funções de transferências são dadas por

$$\frac{Y_1^*}{U_1^*} = \frac{k_{u_1}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad \frac{Y_1^*}{U_2^*} = \frac{-k_{u_2}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1} \quad (40)$$

vide a Figura 11 contendo o diagrama de blocos correspondente.

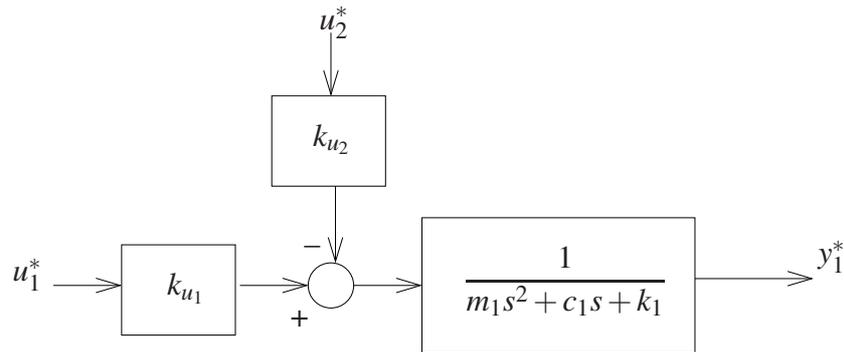


Figura 11: Modelo incremental do sistema levitador (sem amortecimento adicional).

Como o atrito viscoso  $c_1$  entre o disco #1 e o ar é muito pequeno, as oscilações poderão apresentar grande amplitude quando se deseja levar o disco a um determinado ponto de operação. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação de velocidade  $\dot{y}_1$ , como ilustrado na Figura 12, “simulando-se” uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre.

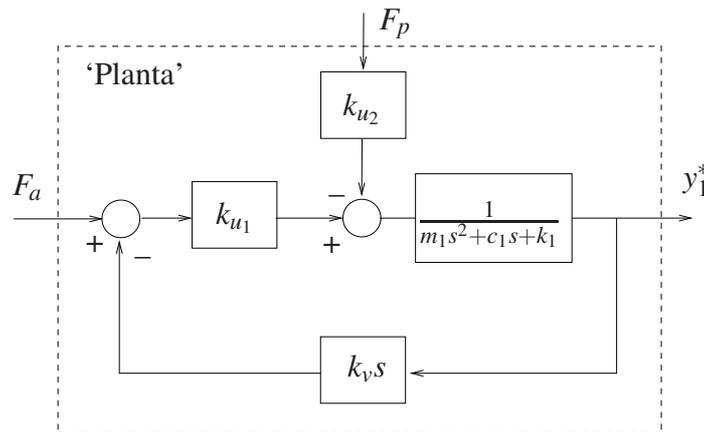


Figura 12: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $F_a$ : força de acionamento (entrada servo);  $F_p$ : força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 13. Para simplificar a notação denotaremos as variáveis incrementais  $u_1^*$  e  $y_1^*$  simplesmente por  $u_1$  e  $y_1$  nas representações lineares a seguir.

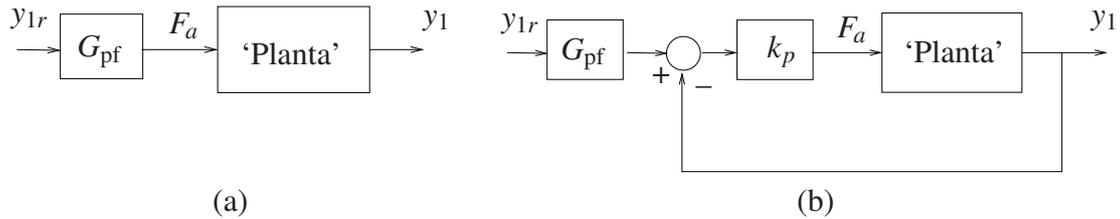


Figura 13: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $y_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $k_p$ : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo ( $F_a$ ) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação  $F_p$  é em geral inacessível. A variável  $y_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $y_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir da Figs. 12 e 13 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $F_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $F_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito sinal de perturbação  $F_p$  na saída  $y_1^*$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $y_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = y_{1r}(t) - y_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 13.b, gerando uma força de acionamento definida por  $F_a(t) = k_p e(t)$ .

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (41)$$

onde  $E(s) = Y_{1r}(s) - Y_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

## 6.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos (g), (t), (d) e (s) indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Fig 12, para o problema do servo, será (t)

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{u1}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u1} k_v) s + k_1} \quad (42)$$

2. Mostre que função de transferência da ‘planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional’, para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{-k_{u2}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u1} k_v) s + k_1} \quad (43)$$

Note que o coeficiente de atrito  $c_1$  pode ser aumentado através da escolha de  $k_v$  (t).

3. Faça um programa Matlab  utilizando os parâmetros do levitador, contendo:

- a função de transferência da ‘planta compensada’ da Figura 12, para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$  quando a massa do disco é  $m_1$  (valor nominal) e quando a massa é alterada para  $m_1 + \Delta m_1$  (valor perturbado). O cálculo do ganho de baixas frequências  $G'_{ps}(0)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
- a função de transferência da ‘planta compensada’ da Figura 12, para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$  quando a massa do disco  $m_1$  tem o valor nominal. O ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .
- compare  $G'_{ps}(0)$  com  $G'_{pr}(0)$  para o valor nominal  $m_1$  da massa do disco.
- a função de transferência de malha fechada,  $G_f(s)$ , de acordo com a Fig 13.b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab `feedback` com  $k_p = 1$ .
- os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada  $y_{1r}$  em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (41) .
- as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta  e em malha fechada . No Matlab utilize a função `step`.

	$a = 8,557e-5$	$k_s = 100 \text{ N/m}$
	$b = 6,5580$	$m_1 = 0,123 \text{ kg}$
	$g = 9,8 \text{ m/s}^2$	$\Delta m_1 = 0,023 \text{ kg}$
<b>Parâmetros do Levitador:</b>	$c_1 = 0,4078 \text{ Ns/m}$	$k_v = 0,01 \text{ Ns/m}$
	$k_1 = 56,34$	$y_c = 13,2 \text{ cm}$
	$k_{u1} = 217,87$	$y_{10} = 2,0e+4 \text{ counts}$
	$k_{u2} = 11,75$	

## 6.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- Controle em malha aberta.** (vide Figura 13.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
  - Controle em malha fechada.** (vide Figura 13.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
- Determine a expressão de  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) . No programa Matlab da questão 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
  - Determine a expressão de  $k_{pf}$  como função de  $k_p$  tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo . No programa Matlab da questão 3 inclua o cálculo de  $k_{pf}$ , como função de  $k_p$ .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da massa do disco #1 ( $m_1$ ) são também investigados.

6. Faça um programa Simulink  para simular o levitador magnético de acordo com a equação (34). No programa Matlab com os dados, utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programa Simulink *arquivo.mdl*;
7. Faça um programa Simulink  do levitador magnético para simular o modelo linearizado em torno do ponto  $y_{1_0}$ , de acordo com a equação (36) e as Figs. 13.a e 13.b, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn.
8. Considere como entrada de referência os seguintes sinais:
  - um pulso com amplitude **15000** [counts] com duração de **4000** [ms] (2000 ms no valor 15000 counts e 2000 ms no valor zero);
  - idem, com amplitude de **1000** [counts] (Obs.– Note que esta amplitude corresponde a uma variação de 1mm na posição do disco. Comente sobre a possibilidade de realizar este ensaio no sistema real).
9. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com  $T_s=0,001768$  s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de  $k_v = 0,01$ . Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $k_p = 0,1$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ . Utilize  $y_{1_0}$  conforme a tabela dos parâmetros do levitador apresentada ao final da sub-seção anterior e  $u_{1_0}$  definido pela equação (35);
10. Plote a saída de posição , e a posição comandada  (sinal de referência  $y_{1r}$ );
11. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine  $k_{pf}$  de tal forma que que o erro em regime dos sistemas em malha aberta e malha fechada seja mínimo. No caso do modelo linearizado isso significa adotar o ganho  $k_{pf}$  de forma a se obter  $G_{pf}(0)G_a(0) = 1^8$ . Implemente o novo valor de  $k_{pf}$  e repita o passo 9, ajustando, **se necessário** o ganho  $k_{pf}$  para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional  $k_p$ , utilizando os valores  $k_p = \{0,1, 0,3, 0,6, 1,0\}$  e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída .
12. Simule uma força magnética de distúrbio provocada pela bobina #2. Considere um pulso de amplitude **22000** [counts] iniciando em **1000** [ms] com largura de **1000** [ms] e repetindo-se novamente a partir de **3000** [ms]. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 11. As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique .
13. Responda as questões:
  - (a) Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho .

---

<sup>8</sup>No caso malha aberta,  $G_a(s) \equiv G'_{ps}(s)$  dada em (42), e no caso em malha fechada  $G_a(s) \equiv G_f(s)$  determinada em Q03.e). Vide as Figs. 13.a e 13.b, respectivamente.

- (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por  $k_p$  ⓘ ?
- (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada ⓘ .

## Referências

- [1] P. A. V. Ferreira. Introdução aos sistemas de controle. Notas de aula do Prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ea722/rotaula0.pdf>. 1, 1, 2, 1, 2, 3
- [2] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6 edition, 2009.
- [3] J. C. Geromel and A. G. B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Blucher, São Paulo, SP, 2004.
- [4] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3 edition, 1998.
- [5] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System*, 1999.

## Roteiro – Correção

### Emulador

1. t
2. t
3. s
  - (a) t
  - (d) t
  - (e) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t  
(b) t  
(c) t

### Torcional 1

1. t
2. t
3. s
  - (e) t
  - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t g
11. t
12. (a) t  
(b) t  
(c) t

### Torcional 2

1. t
2. t
3. s
  - (e) t
  - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t g
11. t
12. (a) t  
(b) t  
(c) t

### Retilíneo 1

1. t
2. t
3. s
  - (e) t
  - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t  
(b) t  
(c) t

### Retilíneo 2

1. t
2. t
3. s
  - (e) t
  - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t  
(b) t  
(c) t

### Emulador

1. t
2. t
3. s
  - (a) t
  - (d) t
  - (e) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t  
(b) t  
(c) t