

Última atualização: 3 de junho de 2019

1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é realizar a identificação de parâmetros físicos associados a um modelo linear utilizando o software de simulação de robôs V-REP¹. O modelo é de um sistema massa-mola-amortecedor, como ilustrado na Figura 1. A massa inferior está apoiada no solo. Analisaremos a posição da massa superior m em função de uma força aplicada F . Os valores dos parâmetros m (massa), b (coeficiente de atrito viscoso) e k (constante de mola) são desconhecidos, porém o sistema apresenta um comportamento oscilatório (propício ao método de identificação) ao ser submetido a uma força ou condição inicial.

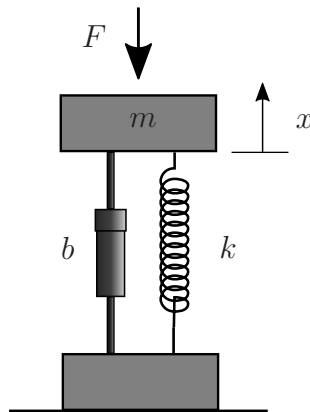


Figura 1: Sistema massa-mola-amortecedor.

Diferentemente dos experimentos realizados na disciplina EA619, não trabalharemos com uma planta física, mas sim com o software V-REP, que simula a dinâmica do sistema utilizando sua *engine* física. Basicamente o experimento no V-REP consiste em aplicar sinais de entrada F convenientes de forma que os valores de posição da massa m ao longo do tempo possam ser usados em técnicas de identificação de parâmetros (consideraremos duas técnicas). Os detalhes da implementação no V-REP são apresentados na seção 4.2. As duas próximas seções apresentam o procedimento de identificação.

¹<http://www.coppeliarobotics.com/>

2 Identificação de ξ e ω_n

A função de transferência da força F (sinal de entrada) para a posição da massa superior x é dada por

$$H(s) = F(s)/X(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (1)$$

O denominador da função de transferência está na forma padrão $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$, sendo ξ o coeficiente de amortecimento e ω_n a frequência natural de oscilação. Na sequência discute-se como identificar os parâmetros ξ e ω_n por meio de duas técnicas e na seção 3 é apresentado um procedimento para determinar os valores de m , b e k .

2.1 Identificação via resposta temporal

Uma maneira de identificar ξ e ω_n de uma função de transferência de segunda ordem com denominador na forma padrão é por meio de uma resposta temporal oscilatória (ocorre sempre que $\xi < 1$). Por exemplo, aplicando uma condição inicial na massa ou um pulso de pequena duração, obtém-se o comportamento apresentado na Figura 2.

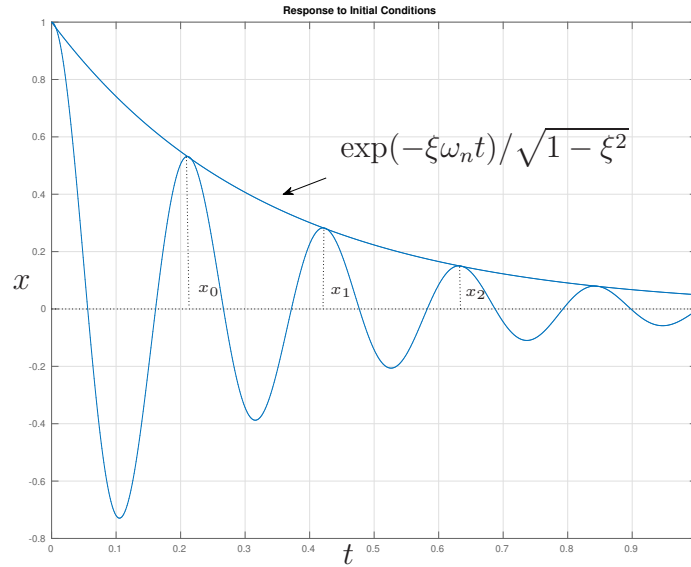


Figura 2: Cálculo do fator de amortecimento ξ .

A partir dos instantes de tempo em que ocorrem, por exemplo, os picos x_0 e x_1 , ou os cruzamentos com o zero, é possível determinar o período T e, conseqüentemente, a frequência de oscilação forçada ω_d dada por

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T} = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2)$$

O cálculo de ξ baseia-se em medidas de amplitude dos sucessivos picos da resposta subamortecida.

O *decremento logarítmico* de um sistema de 2ª ordem subamortecido pode ser computado pela expressão

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{x_0}{x_n}.$$

em que x_n é o n -ésimo pico (quanto maior n , maior a precisão do cálculo). Esta expressão permite determinar ξ , pois os parâmetros x_0 , x_n e n são conhecidos. Se o amortecimento do sistema for pequeno (menor que 0.1), pode-se usar a aproximação

$$\xi \approx \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{X_0}{X_n}.$$

Uma vez determinado ξ , determina-se ω_n pela expressão (2). Mais detalhes sobre este procedimento de identificação são vistos na experiência 4 da disciplina EA619.

2.2 Identificação via resposta em frequência

Uma outra maneira de identificar os parâmetros desconhecidos é por meio da resposta em frequência do sistema. Sabemos que para um sistema de segunda ordem subamortecido com $0 < \xi < \sqrt{2}/2$ a resposta em frequência apresenta um pico de ressonância M_p na frequência de ressonância ω_r , como ilustra a Figura 3. Os valores de ξ e ω_n podem ser computados por meio das seguintes relações

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}, \quad M_p = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}}$$

Note que o valor de M_p não está em dB e também assume-se que o ganho DC (ganho de frequência zero) do sistema é unitário (0 dB).

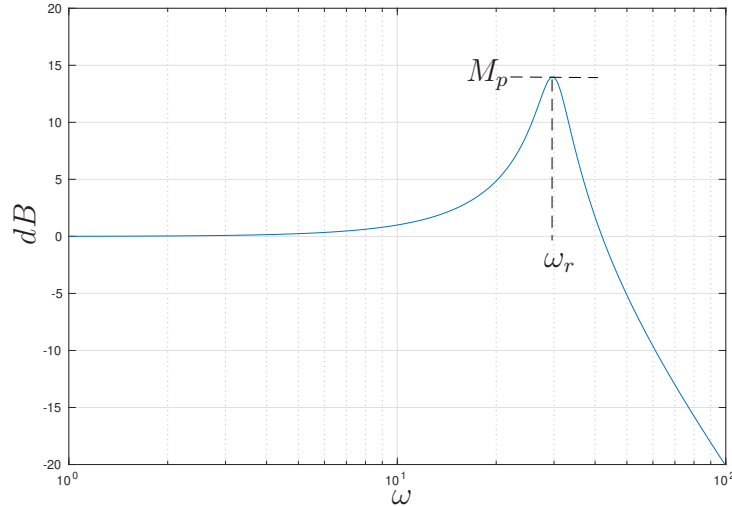


Figura 3: Diagrama de Bode do módulo para identificação de ω_r e M_p .

Para realizar a identificação de ξ e ω_n podemos aplicar sinais de senoidais no modelo e obter um diagrama de módulo experimental. Os valores de ω_r e M_p são tomados na frequência em que ocorre a maior amplificação do sinal de entrada. Claramente, a qualidade da identificação dependerá do quão “fina” é a varredura feita na frequência do sinal senoidal (quanto mais fina melhor).

3 Identificação de m , b e k

Comparando os coeficientes do denominador da função de transferência (1) com $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$, tem-se

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2, \quad b = 2\xi\sqrt{mk}$$

que, uma vez conhecidos ξ e ω_n , fornece um sistema com duas equações e três incógnitas, sendo insuficiente para determinar os parâmetros desconhecidos. Contudo, note que a primeira equação envolve apenas k e m e um novo experimento, com o valor de m modificado, produz uma nova equação em que k permanece o mesmo, permitindo obter os valores de m e k . Por exemplo, podemos repetir o experimento com uma massa adicional m_a (conhecida) sobre a massa do sistema, dando origem à equação

$$\frac{k}{m + m_a} = \omega_{na}^2$$

Assim temos as seguintes equações que permitem determinar todos os parâmetros

$$m = \frac{m_a \omega_{na}^2}{\omega_n^2 - \omega_{na}^2}, \quad k = \omega_n^2 m, \quad b = 2\xi\sqrt{mk}$$

Note que o cômputo de b também poderia ser feito com $b = 2\xi_a \sqrt{(m + m_a)k}$.

Em resumo, para identificar os parâmetros m , b e k , basta realizar dois experimentos. No primeiro considera-se a massa original e no segundo o valor da massa é aumentado (por um valor conhecido).

4 Obtenção da posição da massa via V-REP

O procedimento de identificação está baseado em duas técnicas, uma que utiliza a resposta temporal do sistema frente a uma força aplicada na massa e outra baseada na resposta a forças senoidais para diferentes frequências. Realizaremos esse experimento utilizando os softwares V-REP e Matlab. No V-REP teremos uma cena contendo um sistema massa-mola (o efeito do amortecedor está embutido nas propriedades da mola) e a aplicação da força é feita por meio de um *script* feito em Matlab, que “comanda” a simulação em modo síncrono. Esta interligação entre os dois programas é feita por um módulo chamado *remoteAPI*, que permite a conexão do V-REP com diversas linguagens e softwares. As próximas seções explicam detalhadamente cada etapa do processo que culmina com a obtenção da posição da massa ao longo do tempo frente a forças aplicadas.

4.1 Instalação do V-REP

Baixe o V-REP do website

<http://www.coppeliarobotics.com/downloads.html>

e instale no seu computador. Como alternativa, os seguintes computadores do LE20 estão com o V-REP e o Matlab instalados:

LE20-4 LE20-5 LE20-7 LE20-8 LE20-9 LE20-10

No Matlab, coloque as seguintes pastas no *path*:

```
../V-REP_PRO_EDU_V3_5_0\programming\remoteApiBindings\matlab\matlab  
../V-REP_PRO_EDU_V3_5_0\programming\remoteApiBindings\lib\lib\Windows\64Bit
```

assumindo que o computador utilizado tem um sistema operacional Windows de 64bit. Ajuste de acordo com o seu computador se necessário. Copiar o conteúdo dessas duas pastas para a pasta em que você fará o seu desenvolvimento também é uma alternativa, nesse caso não precisando colocar as pastas no *path*.

4.2 Abertura da Cena no V-REP

No V-REP abra o arquivo `initialConditionMassSpring.ttt`, que está no mesmo arquivo zip em que este texto se encontra. A imagem que vai aparecer é similar à apresentada na Figura 4. Para que o Matlab possa iniciar uma simulação, só é necessário pressionar o botão *play*, que fica na parte superior da figura. Antes disso, próximo ao botão *play*, ajuste o passo de tempo para 10ms (clique na opção `dt=10ms`). Duas caixinhas à esquerda do passo de tempo se encontra a *engine* física, escolha ODE. Após pressionar o *play*, a simulação no Matlab pode ser iniciada (detalhes na próxima seção).

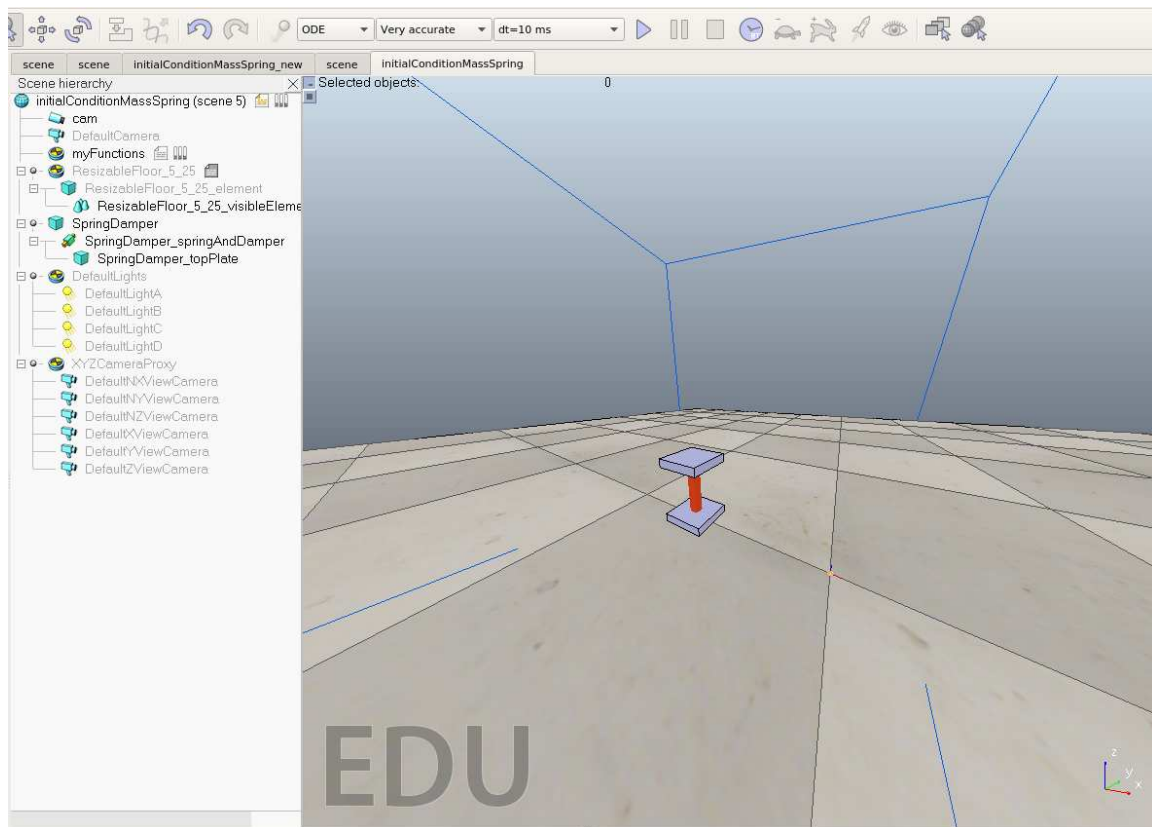


Figura 4: Tela do V-REP com a cena do sistema massa-mola.

Também é necessário alterar o valor da massa superior para ser viável realizar a identificação. Isso pode ser feito primeiramente clicando duas vezes no pequeno cubo verde que fica à esquerda da opção *SpringDamper_topPlate* no menu *Scene hierarchy*. Esse procedimento deve ser feito com a simulação “parada” (se a simulação estiver em andamento,

clique em *stop simulation*). Na tela que irá abrir, clique no botão (parte inferior) *show dynamic properties dialog*. Na próxima tela altere o campo *Mass* para o valor desejado (o valor original será 0.2 Kg). Pressione *play* novamente para realizar uma nova simulação, agora com um novo valor de massa.

4.3 Simulação no Matlab da resposta temporal

Uma vez que a simulação foi iniciada no V-REP, o script

`identificaRespTemporal.m`

(que está no mesmo arquivo zip em que este texto se encontra) passa a “comandar” a simulação, basicamente realizando passos de 10ms. Inicialmente é aplicada uma força de -50 N (que durará 10ms - primeiro passo de tempo) no centro de massa da massa superior e no restante da simulação apenas a posição da massa é lida a cada passo de tempo, até que a posição da massa retorne ao repouso. O trabalho a ser realizado é apenas ir “guardando” a posição da massa, que a cada passo de tempo é atualizada na variável `position`. Em princípio o script termina após 2 segundos de simulação, mas é possível implementar uma condição para que a execução seja terminada assim que não houver mais mudança significativa na posição da massa (por exemplo, na quinta casa decimal). Terminada a simulação, os valores de picos e os respectivos instantes de tempo devem ser computados seguindo o procedimento apresentado na seção 2. Note que o valor da posição inicial da massa pode não ser zero e assim é necessário normalizar os dados (basicamente descontando o valor inicial de todos os valores). Assim determina-se o primeiro par (ξ, ω_n) . Repete-se a simulação com um novo valor de massa (sugere-se usar 100g adicionais e análises mais detalhadas sobre esse valor, embora não obrigatórias, podem garantir pontos extras), chegando em novos valores de (ξ, ω_n) . Finalmente aplica-se o procedimento indicado na seção 3 para determinar os valores da massa, da constante da mola e do atrito viscoso.

4.4 Simulação no Matlab da resposta em frequência

Uma vez que a simulação foi iniciada no V-REP, o script

`identificaBode.m`

(que está no mesmo arquivo zip em que este texto se encontra) passa a “comandar” a simulação, basicamente realizando passos de 10ms. Uma força na forma $-\sin(\omega t)$ é aplicada ao longo de toda a simulação no centro de massa da massa superior e a posição da massa é lida a cada passo de tempo. O trabalho a ser realizado é apenas ir “guardando” a posição da massa, que a cada passo de tempo é atualizada na variável `position`. Em princípio a simulação só deve ser terminada após o sistema entrar em regime. Sugere-se pelo menos 2 segundos de simulação. Terminada a simulação, o valor de pico (tome o máximo) próximo aos últimos dados (do último ciclo, por exemplo) da simulação deve ser determinado e associado com a frequência em que a simulação foi feita. Note que o valor de pico deve ser computado em relação ao valor inicial (primeiro valor da variável `position`). Repita este experimento para valores de frequência entre 25 e 33 rad/s. Depois escolha três ou quatro valores no entorno da frequência em que ocorreu a maior amplificação. Finalmente, tome a frequência em que ocorreu a maior amplificação de todas como ω_r . O valor de M_p é o valor da amplitude na frequência ω_r . Contudo, note que esse sistema

não tem ganho DC unitário. Para facilitar é fornecido o valor DC do modelo: 0.0049. Assim divide-se o valor de M_p por esse valor e aplica-se na fórmula para determinar ξ e na sequência ω_n . Repete-se a simulação com um novo valor de massa, chegando em novos valores de (ξ, ω_n) . Finalmente aplica-se o procedimento indicado na seção 3 para determinar os valores da massa, da constante da mola e do atrito viscoso.

Recomendação: como são realizados diversos experimentos, um para cada frequência, é recomendado que a simulação no V-REP seja parada e começada novamente a cada teste de frequência. O objetivo é garantir que a posição inicial da massa seja a mesma cada vez que o Matlab inicia uma nova simulação. Como a unidade é metro e os deslocamentos são da magnitude de poucos centímetros, imprecisões na quarta ou quinta casa decimal podem diminuir a acurácia da identificação dos parâmetros.

5 Apresentação do Relatório

O trabalho pode ser realizado em grupos de até 2 alunos e o relatório deve apresentar as seguintes seções:

- Capa: Formato padrão de trabalhos realizados em disciplinas da FEEC. Deve constar os nomes e RAs dos alunos.
- Objetivos: Comente sobre os objetivos do trabalho, destacando o uso do V-REP e do Matlab.
- Dados experimentais: Apresente os dados obtidos nas simulações em forma de gráficos, e também informando os valores necessários para o cômputo de ξ e ω_n , isto é, os valores dos picos e os instantes em que eles ocorrem no caso de identificação temporal. No caso de identificação em frequência, apresente o diagrama de Bode de módulo contendo todas as frequências testadas e o valor de ω_r e M_p .
- Procedimento de identificação: Apresente os cálculos de m , b e c e comente sobre a precisão dos resultados obtidos para os dois procedimentos de identificação (temporal e frequencial). Os valores de k e b do sistema representado no V-REP podem ser consultados primeiramente clicando-se duas vezes no pequeno objeto à esquerda da opção *SpringDamper.springAndDamper*. Depois clique em *show dynamic properties dialog* e os valores de k e b podem ser consultados nos campos *Spring constant* e *Damping coefficient*. Que fatores podem contribuir para uma eventual imprecisão do resultado? Comente.
- Dificuldades encontradas: se for o caso, relate todas as dificuldades encontradas durante todo o processo (instalação, configuração, simulação, etc.).
- Vídeo: Deve ser produzido um vídeo enquanto a massa está oscilando, utilizando o objeto *camera* do V-REP². Como realizar essa tarefa faz parte do trabalho. No relatório deve ser colocado apenas um link para o vídeo e uma breve explicação de como essa tarefa foi realizada. Não são aceitos vídeos produzidos por ferramentas de captura de tela.
- Conclusão.

²Menu Add – Camera. Também consulte <http://www.coppeliarobotics.com/helpFiles/en/cameras.htm>

A entrega do trabalho deve ser realizada até o dia 03 de julho (23:59). Deverá ser enviado um arquivo zip contendo: pdf do relatório e os arquivos `identificaRespTemporal.m` e `identificaBode.m` após os ajustes feitos pelo grupo. Não serão aceitos relatórios em papel. O arquivo deve ser enviado para `ricfow@dt.fee.unicamp.br`, e no assunto do email deverá ser colocado: EA616 - Trabalho Computacional - RAs xxx yyy. Atrasos implicam em desconto de nota (15% ao dia).

6 Experimento Opcional

Altere o valor da massa inferior (clikando duas vezes no cubo verde à esquerda de SpringDamper e seguindo as explicações apresentadas anteriormente) para 0.5 Kg. Mude a força aplicada na massa superior para -100 N e altere ligeiramente posição de aplicação da força (não será mais no centro de massa). Por exemplo, no *script* `identificaRespTemporal.m` altere o comando

```
[res retInts retFloats retStrings retBuffer]=vrep.simxCallScriptFunction(clientID,
'myFunctions',vrep.sim_scripttype_childscript,'addForceTo',[h],[0.0,0.0,0,0,0,-50],
[],[],vrep.simx_opmode_blocking);
```

para

```
[res retInts retFloats retStrings retBuffer]=vrep.simxCallScriptFunction(clientID,
'myFunctions',vrep.sim_scripttype_childscript,'addForceTo',[h],[0.1,0.0,0,0,0,-100],
[],[],vrep.simx_opmode_blocking);
```

Observe o que acontece.